


Unidade V: Árvore Binária - Introdução



PUC Minas

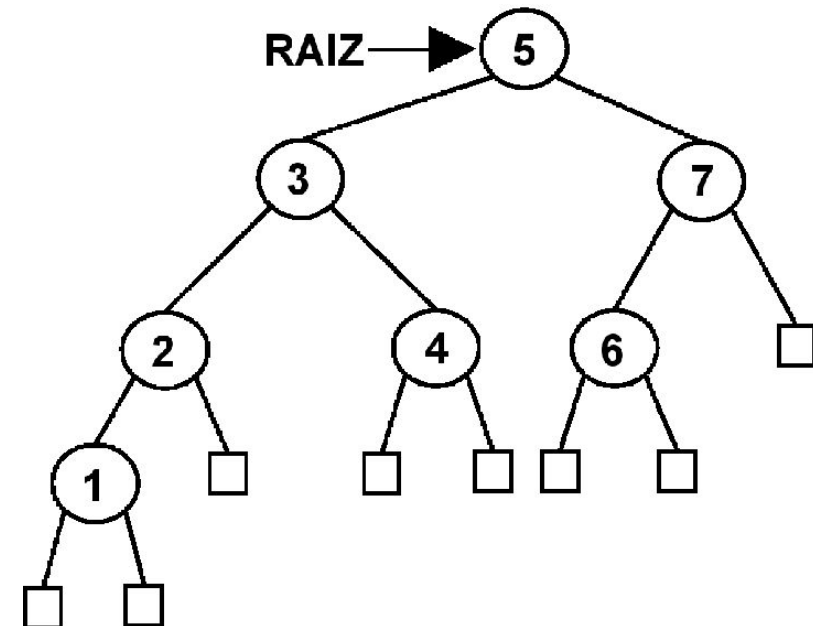
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Departamento de Ciência da Computação

- Definições e conceitos
- Classe Nó em Java
- Classe Árvore Binária em Java

- **Definições e conceitos** 
- Classe Nó em Java
- Classe Árvore Binária em Java

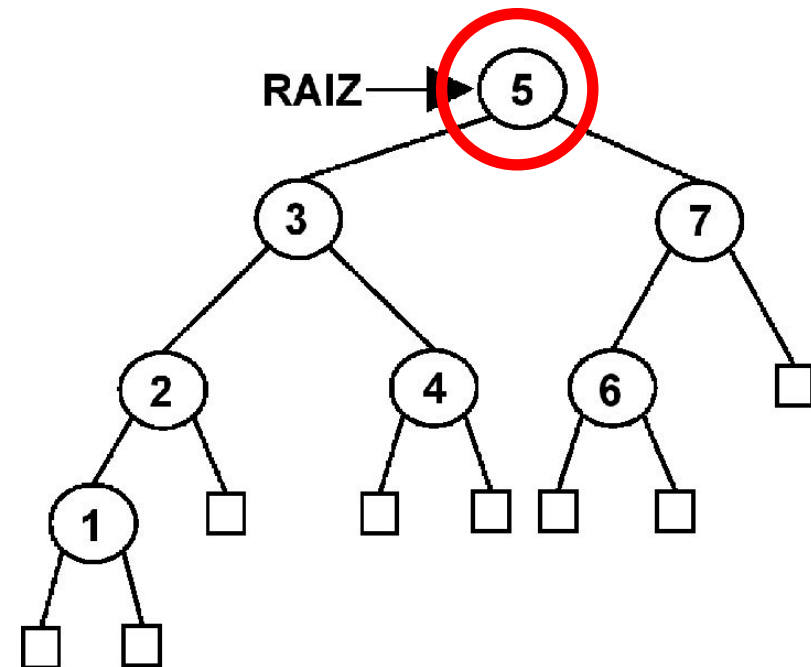
- Custo de inserção, remoção e pesquisa nas listas: $\Theta(n)$ comparações
- Custo de pesquisa na lista sequencial ordenada: $\Theta(\lg(n))$ comparações
 - Inserção e remoção nesta lista: $\Theta(n)$ comparações

- Custo de inserção, remoção e pesquisa **pode** ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas



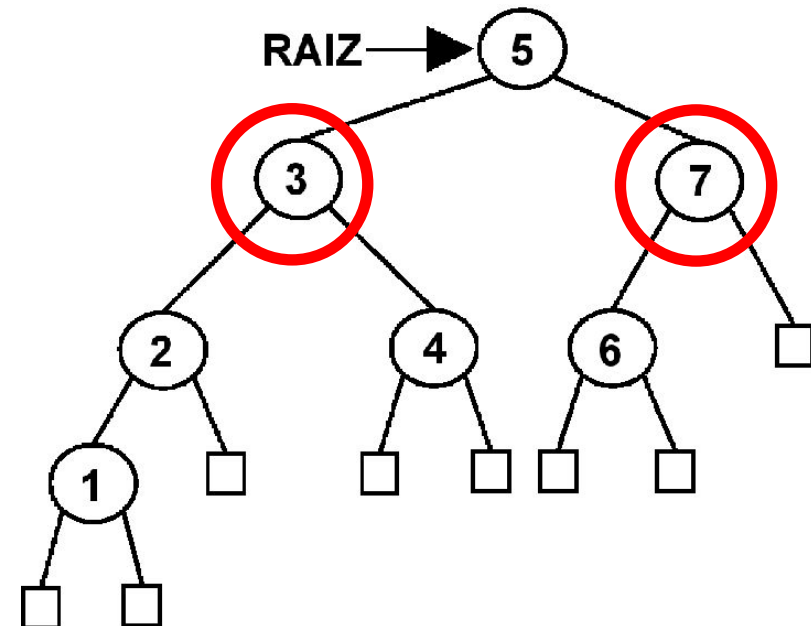
- Custo de inserção, remoção e pesquisa pode ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas

O nó 5 é denominado nó raiz e ele está no nível 0



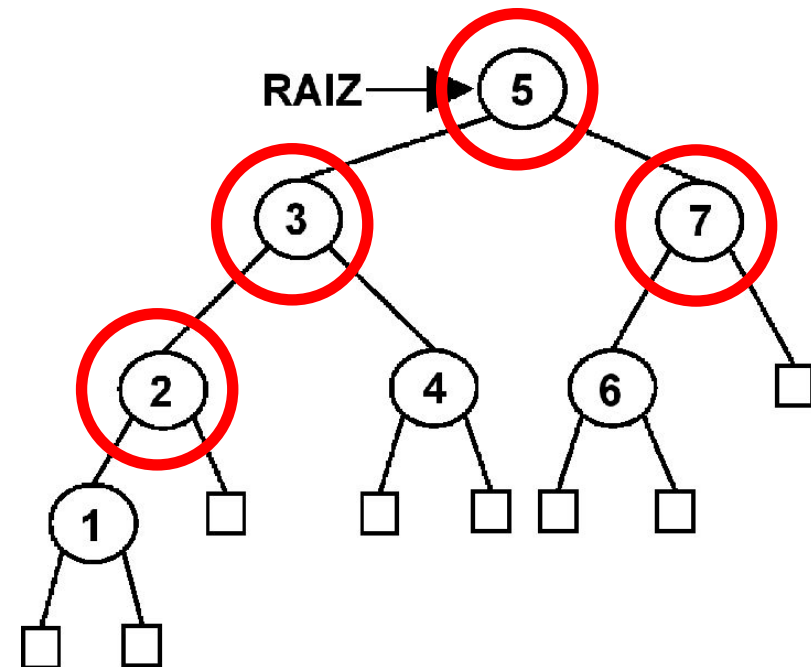
- Custo de inserção, remoção e pesquisa pode ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas

Os nós 3 e 7 são filhos do 5 e esse é pai dos dois primeiros



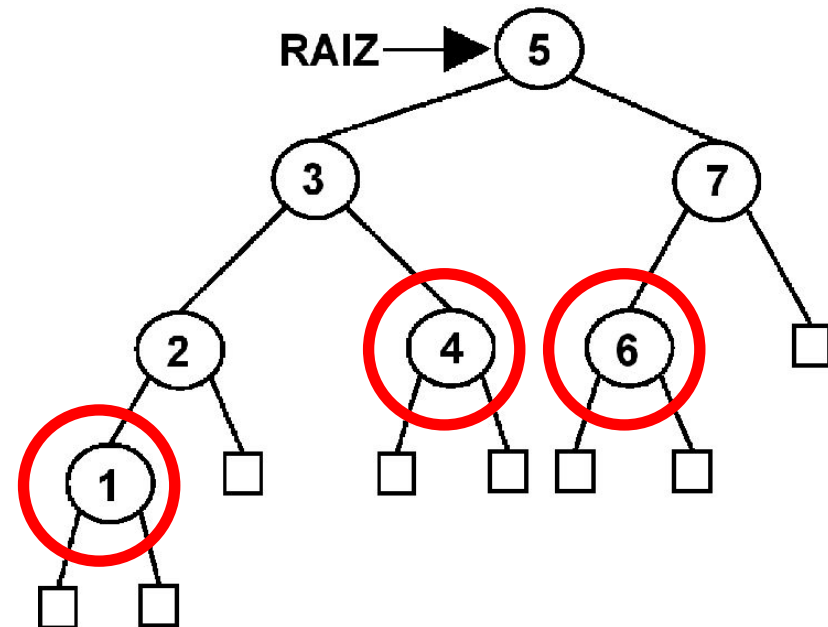
- Custo de inserção, remoção e pesquisa pode ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas

Um nó com filho(s) é chamado de **nó interno** e outro sem, de folha



- Custo de inserção, remoção e pesquisa pode ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas

Um nó com filho(s) é chamado de nó interno e outro sem, de **folha**

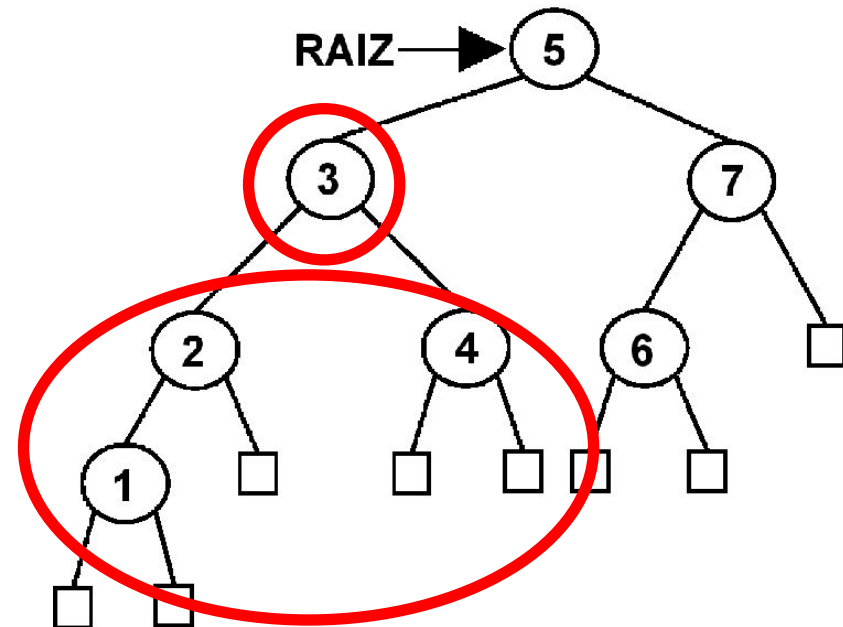


Descobriram Nossa Árvore



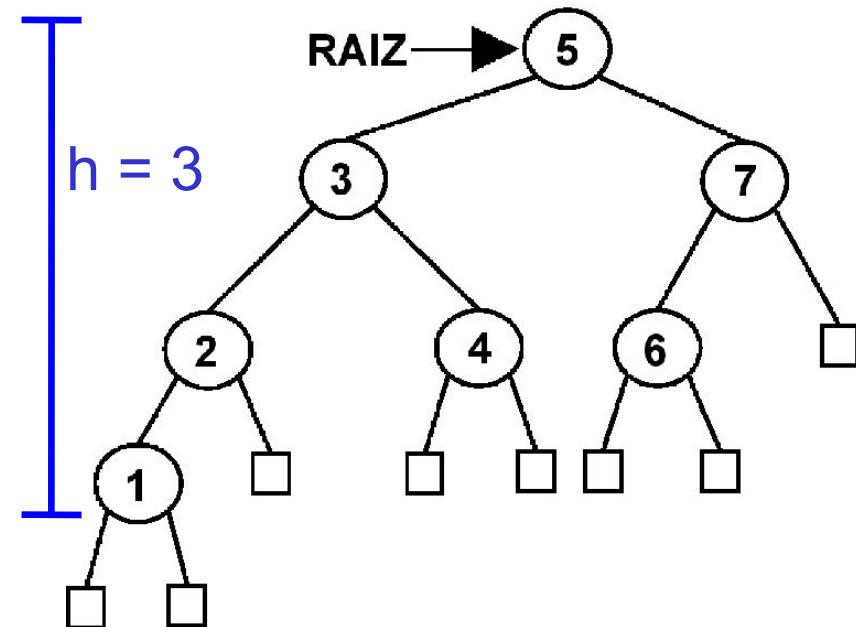
- Custo de inserção, remoção e pesquisa pode ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas

Os nós 1, 2 e 4 formam uma subárvore com raiz no nó 3



- Custo de inserção, remoção e pesquisa pode ser $\Theta(\lg(n))$ comparações
- Formada por um conjunto finito nós (vértices) conectados por arestas

Altura (h): maior distância entre um nó e a raiz

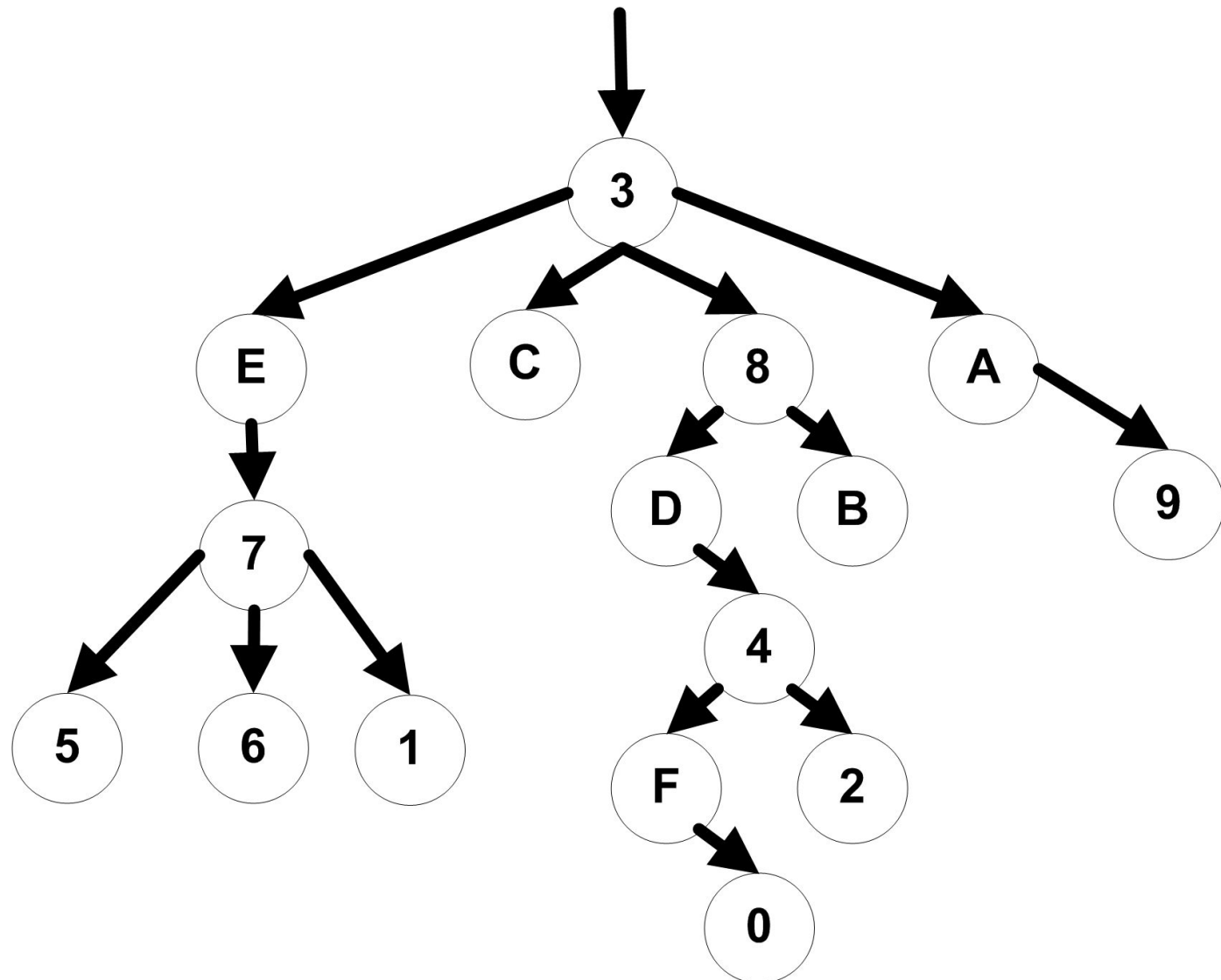


Exercício Resolvido (1)

- Crie uma árvore com os dígitos hexadecimais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F)

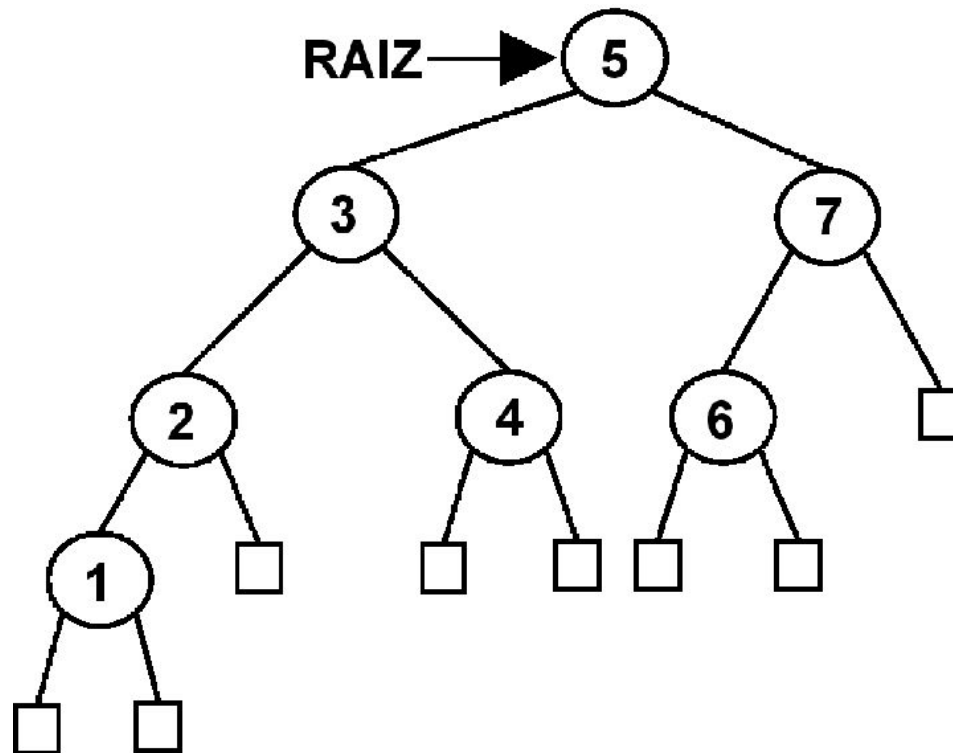
Exercício Resolvido (1)

- Crie uma árvore com os dígitos hexadecimais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F)



Árvore Binária

- Árvore em que cada nó possui **no máximo dois filhos**, por exemplo:

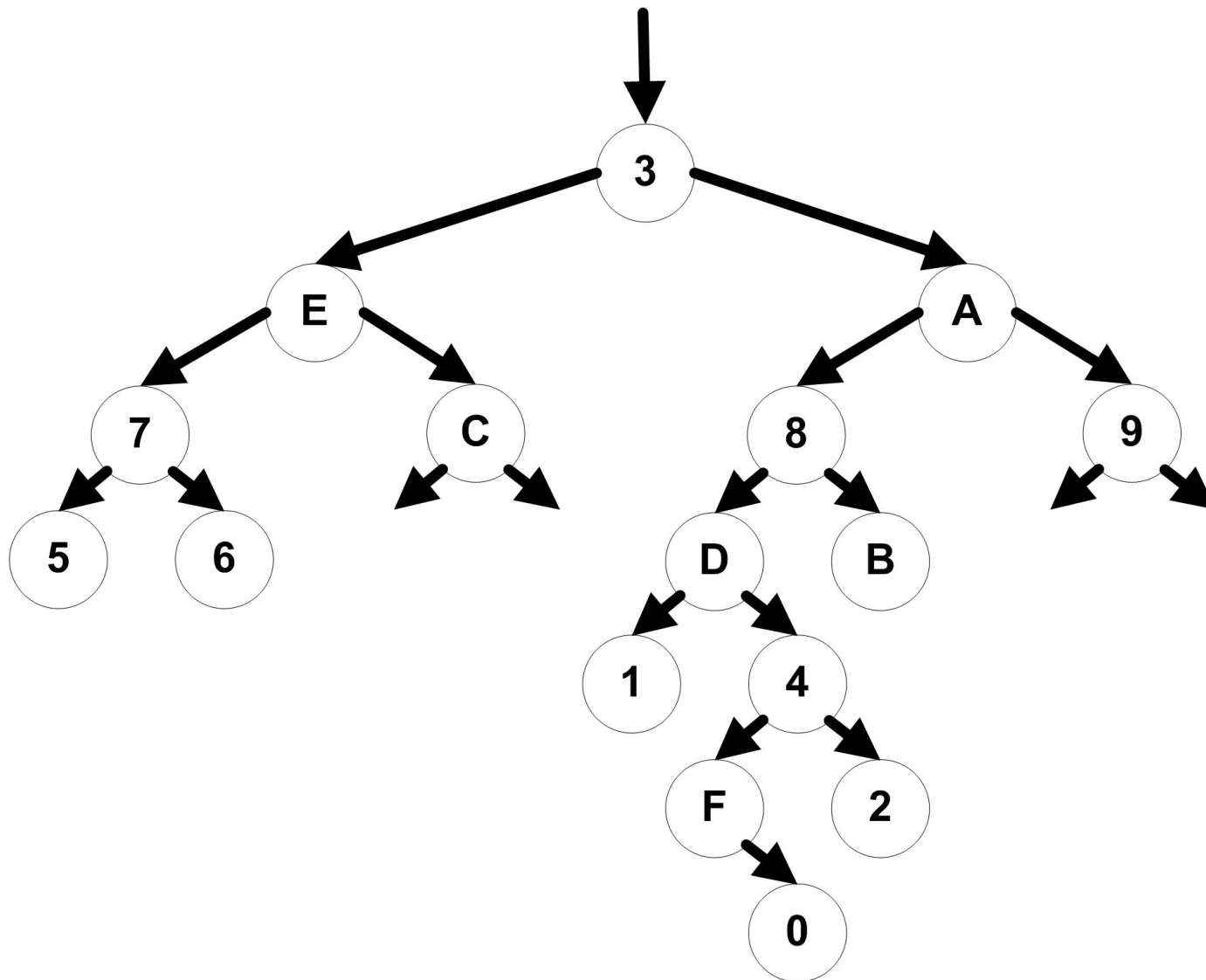


Exercício Resolvido (2)

- Crie uma árvore binária com os dígitos hexadecimais

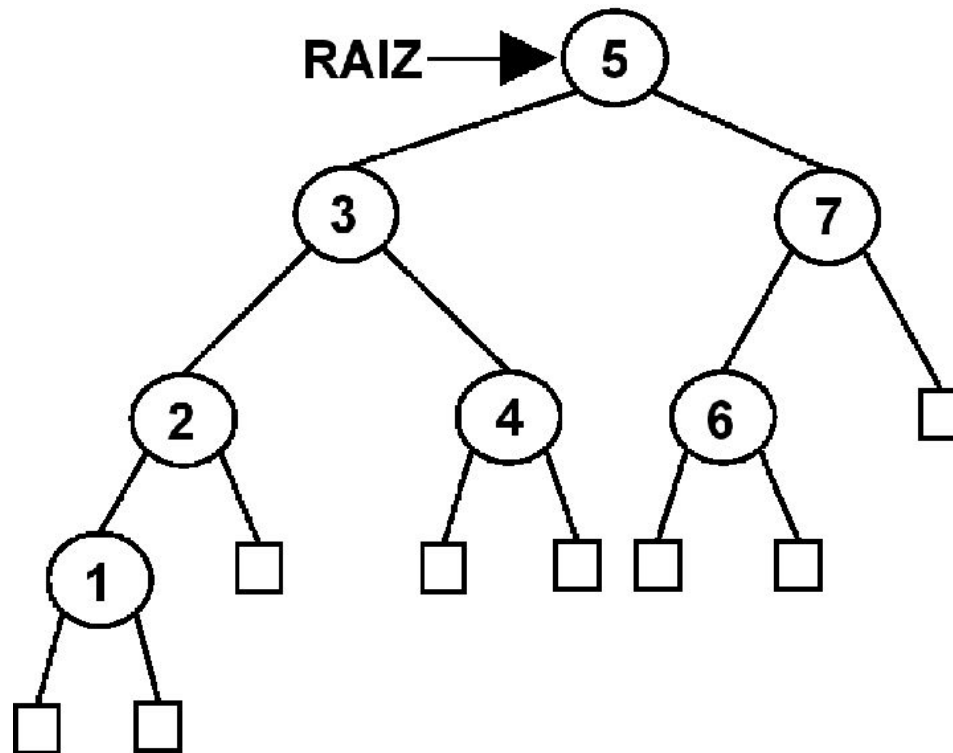
Exercício Resolvido (2)

- Crie uma árvore binária com os dígitos hexadecimais



Árvore Binária de Pesquisa

- Árvore binária em que cada nó é maior que todos seus vizinhos à esquerda e menor que todos à direita. Por exemplo:

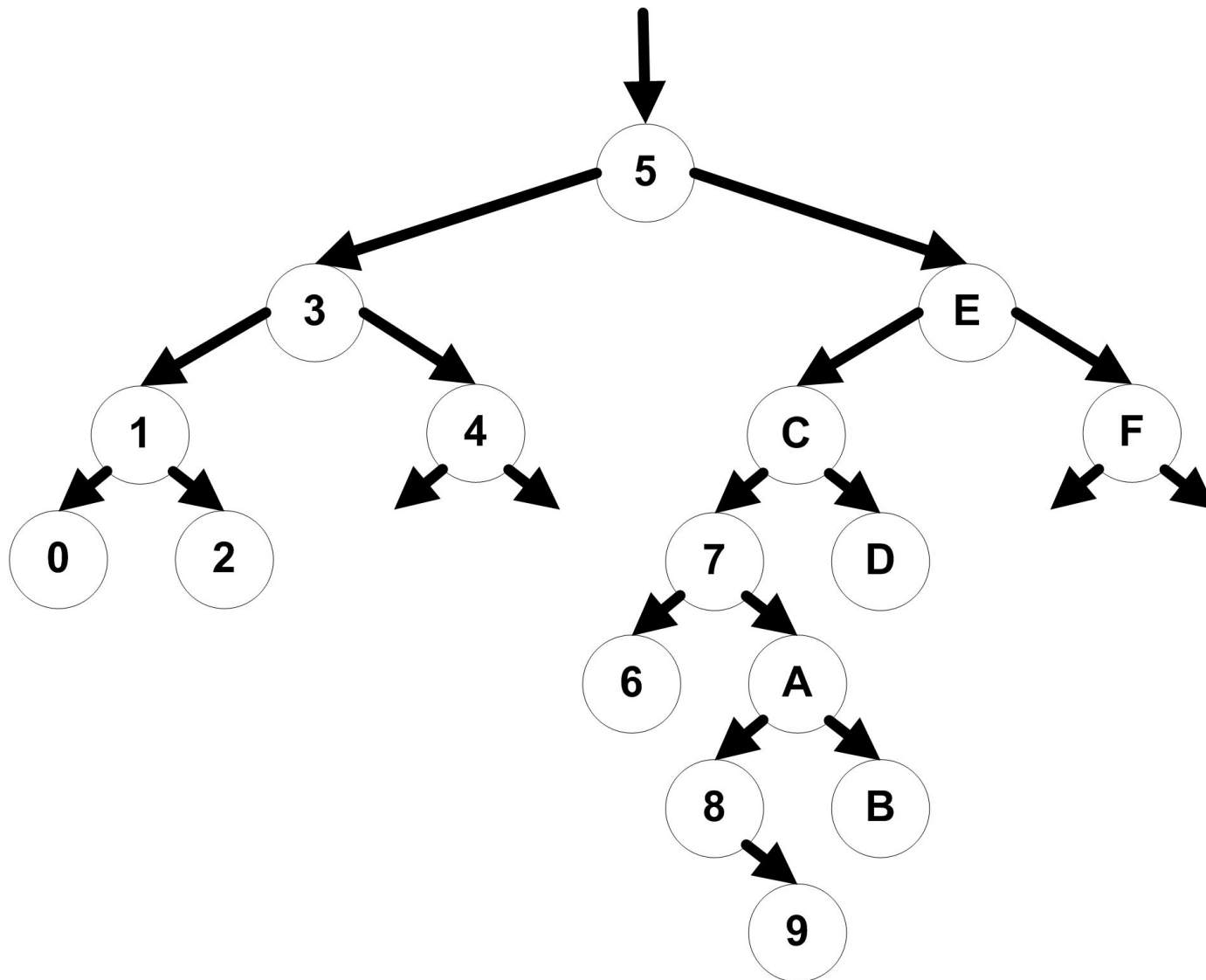


Exercício Resolvido (3)

- Crie uma árvore binária de pesquisa com os dígitos hexadecimais

Exercício Resolvido (3)

- Crie uma árvore binária de pesquisa com os dígitos hexadecimais



Árvore Binária Completa

- Árvore binária em que:
 - Cada nó é uma folha **OR** possui exatamente dois filhos
 - Todos os nós folhas possuem uma altura h
 - O número de nós internos é $2^h - 1$
 - O número de nós folhas é 2^h
 - O número total de nós é $(2^h - 1) + (2^h) = 2^{(h+1)} - 1$

Exercício Resolvido (4)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F)

Exercício Resolvido (4)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F)



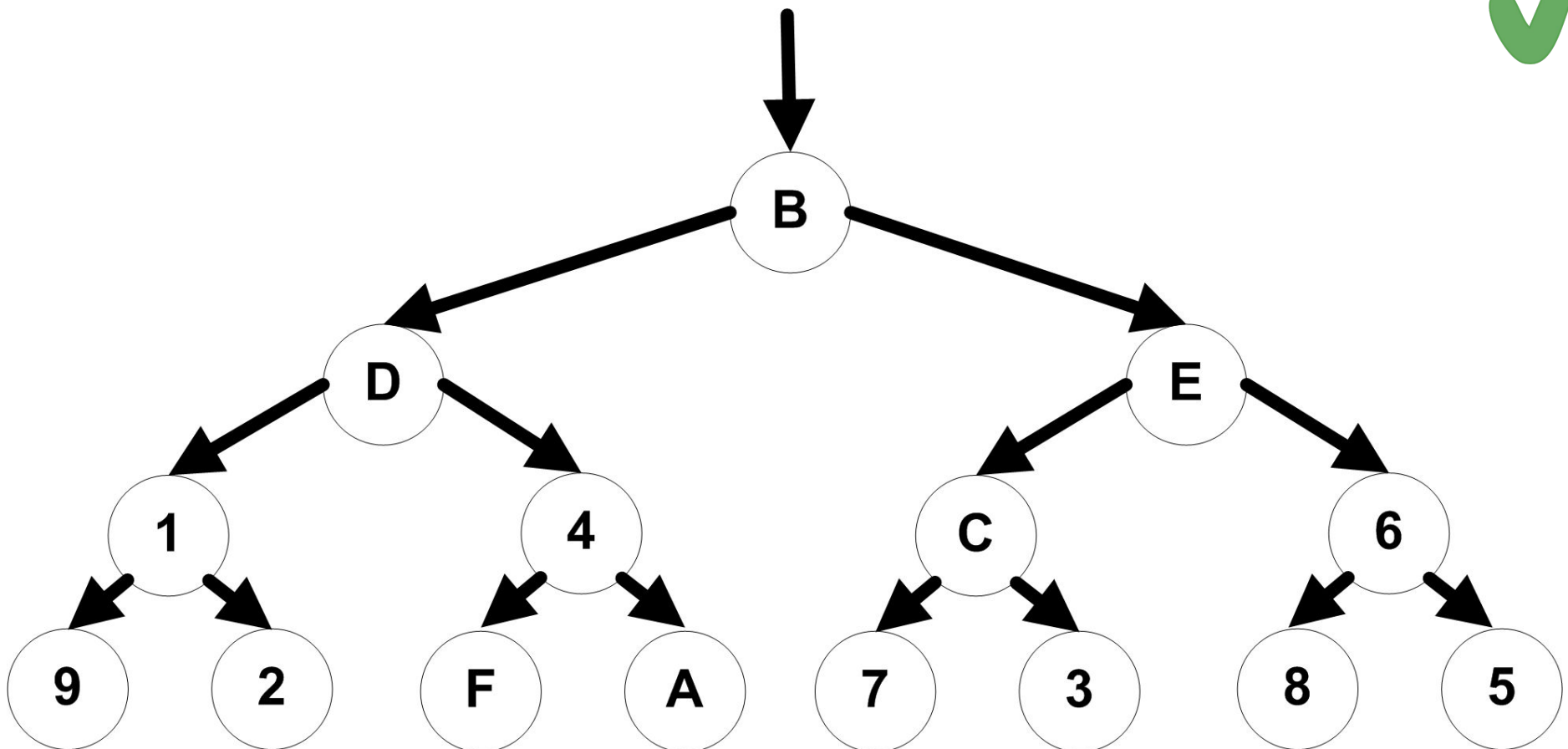
Impossível, pois o número de nós
é uma potência de dois
(está sobrando um nó)

Exercício Resolvido (5)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais não nulos

Exercício Resolvido (5)

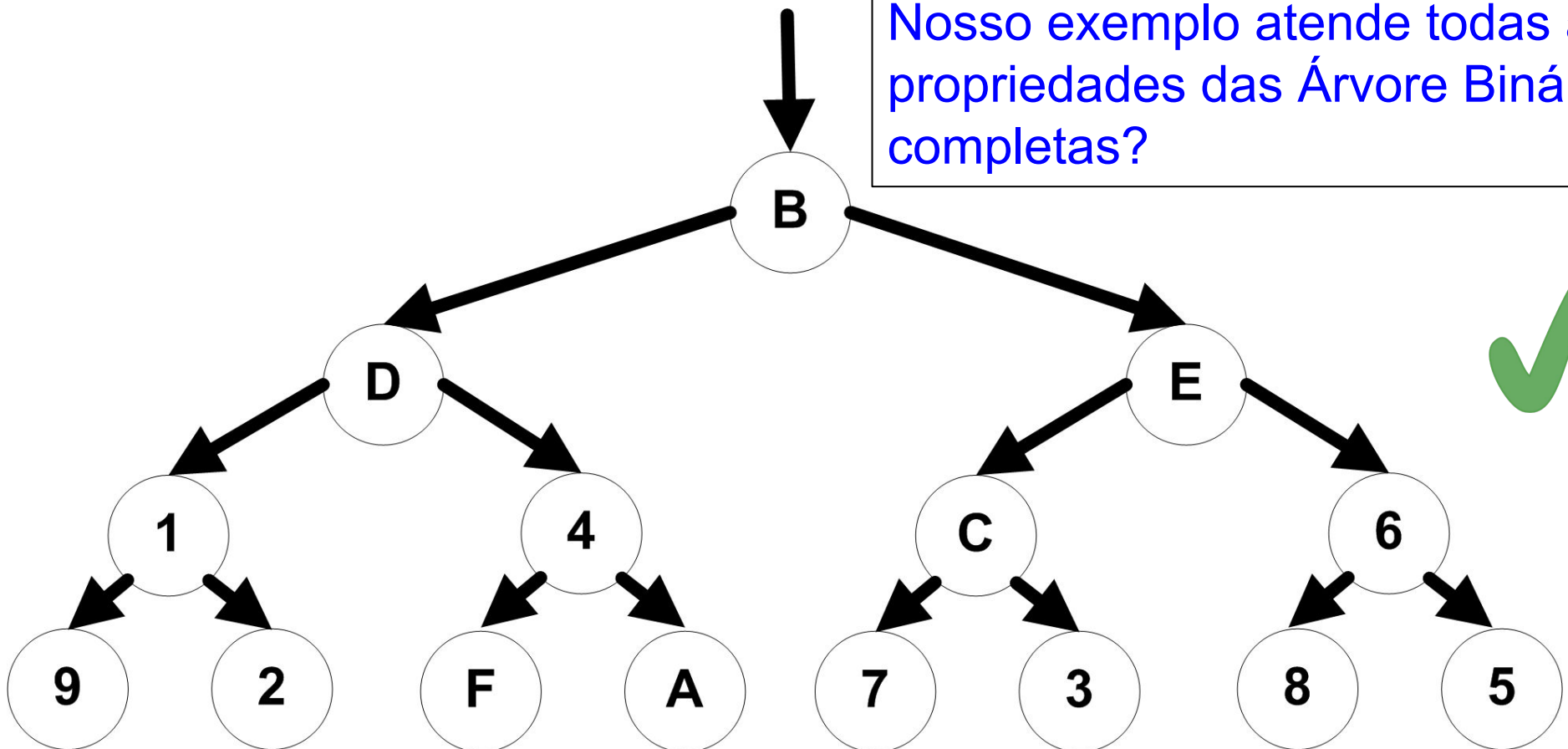
- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**



Exercício Resolvido (5)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**

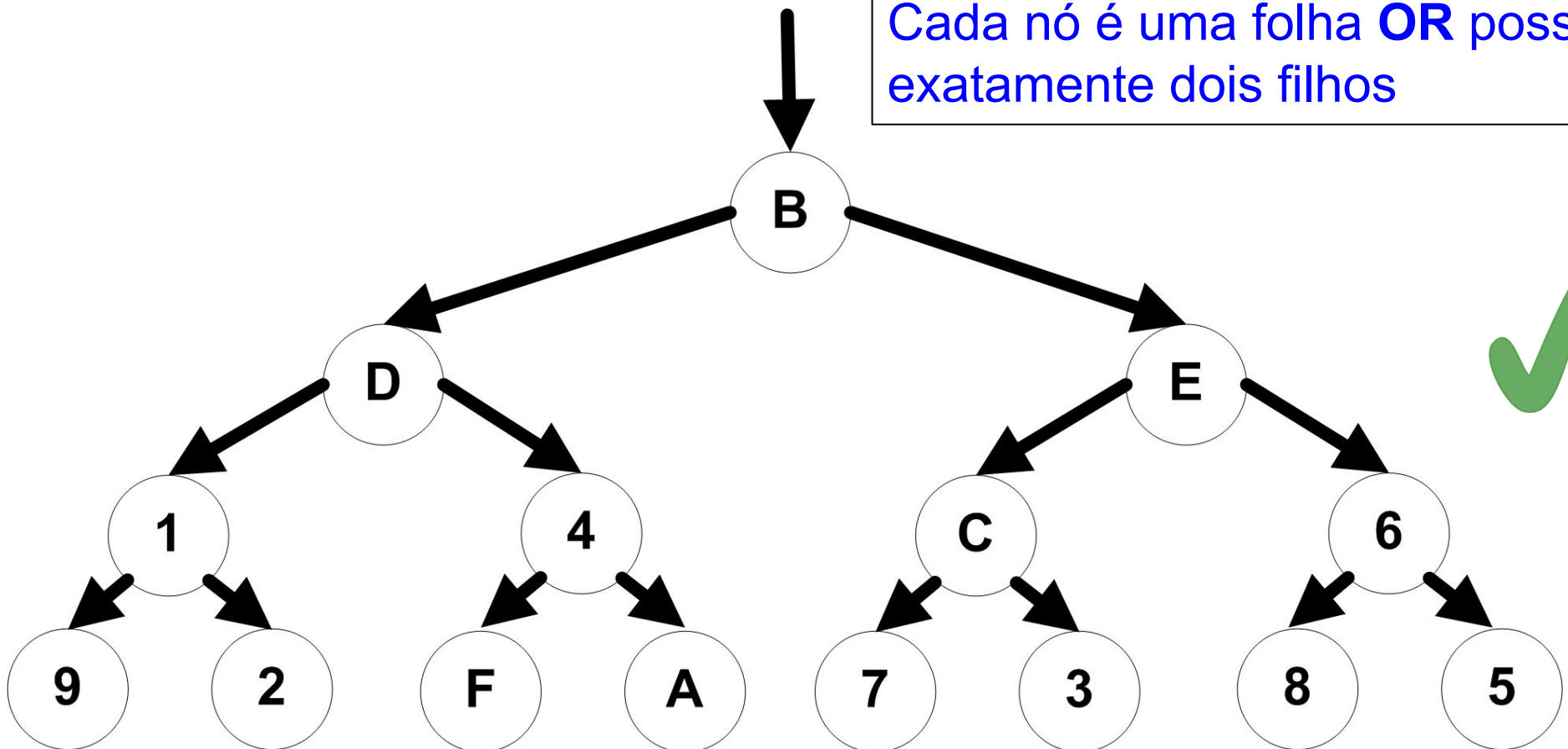
Nosso exemplo atende todas as propriedades das Árvore Binária completas?



Exercício Resolvido (5)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**

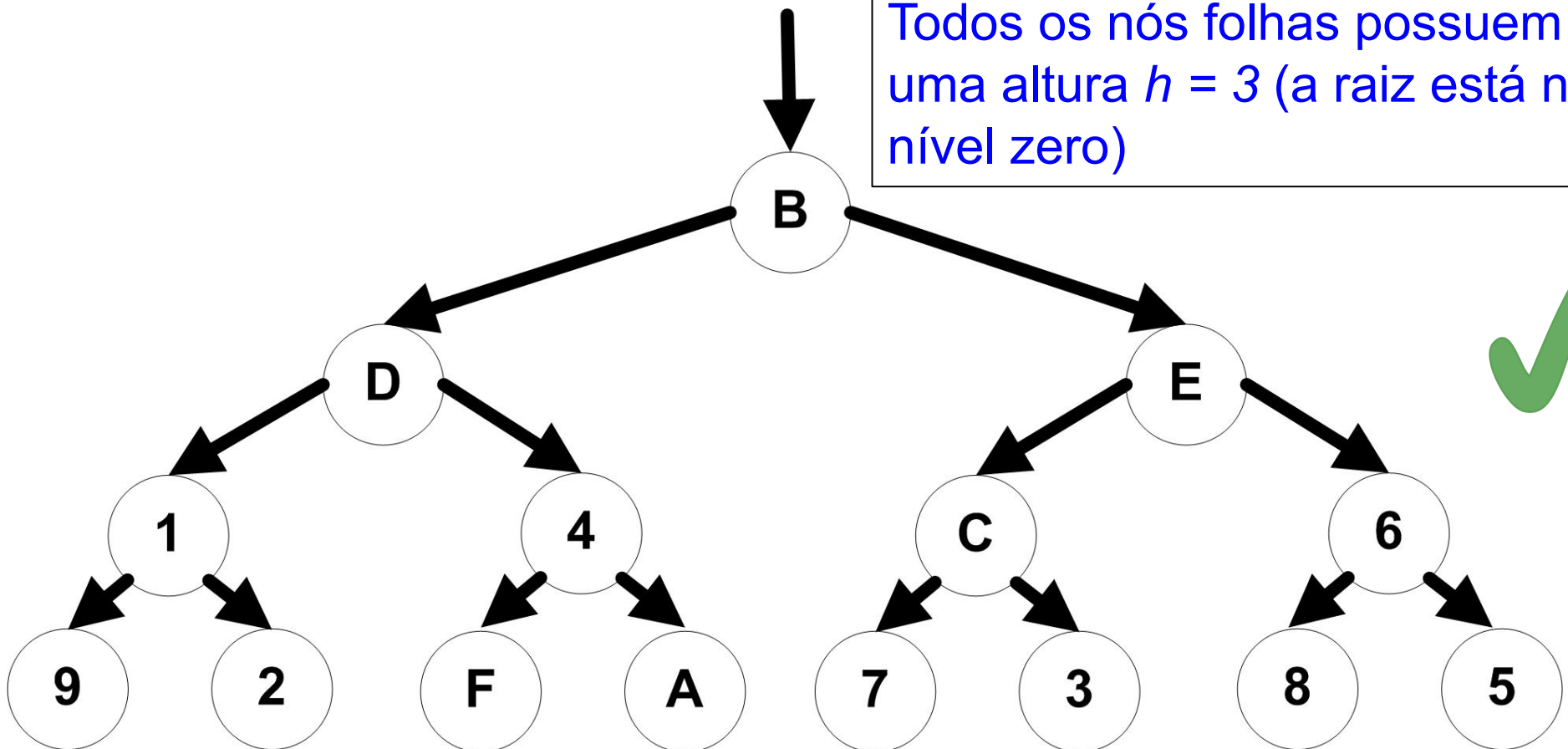
Cada nó é uma folha **OR** possui exatamente dois filhos



Exercício Resolvido (5)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**

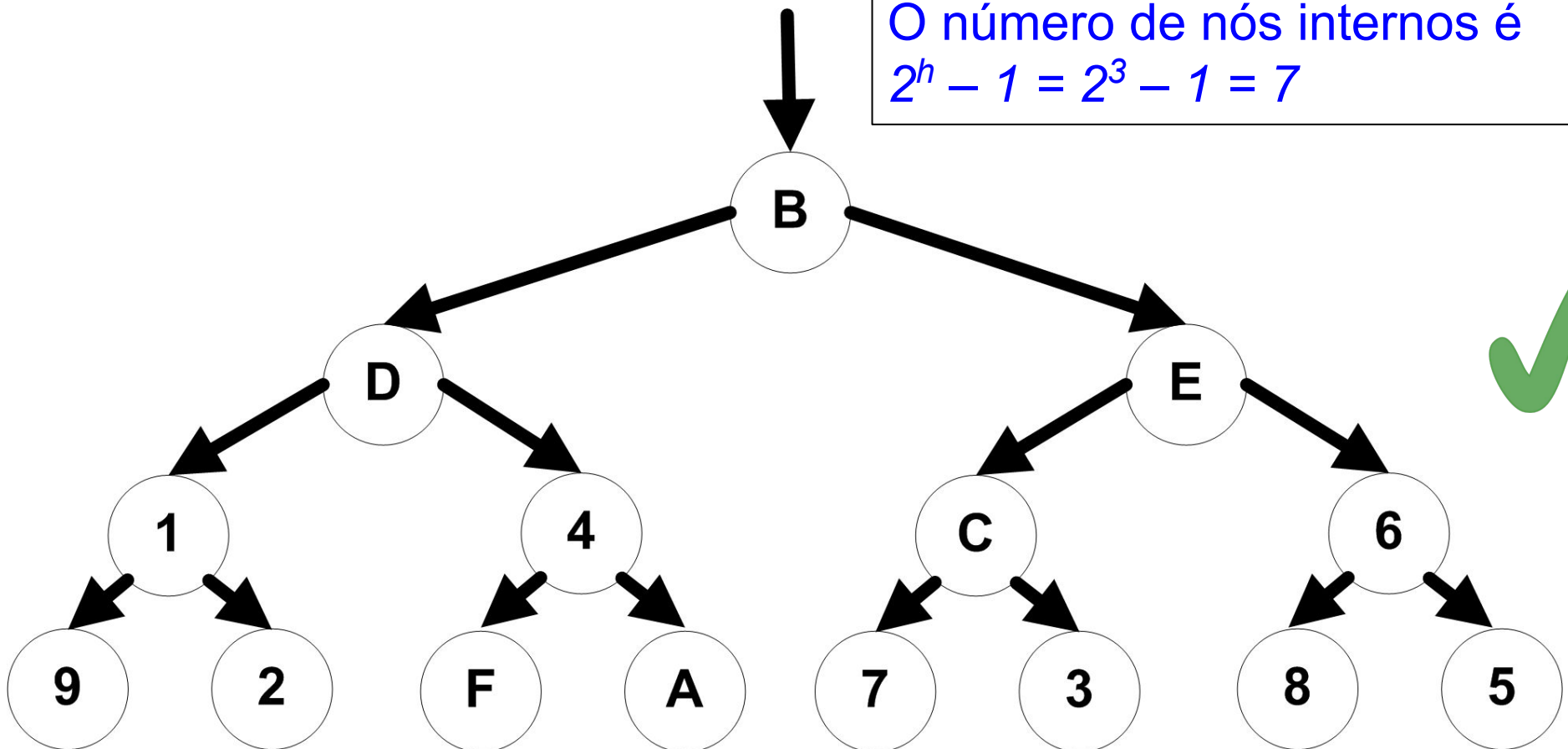
Todos os nós folhas possuem uma altura $h = 3$ (a raiz está no nível zero)



Exercício Resolvido (5)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**

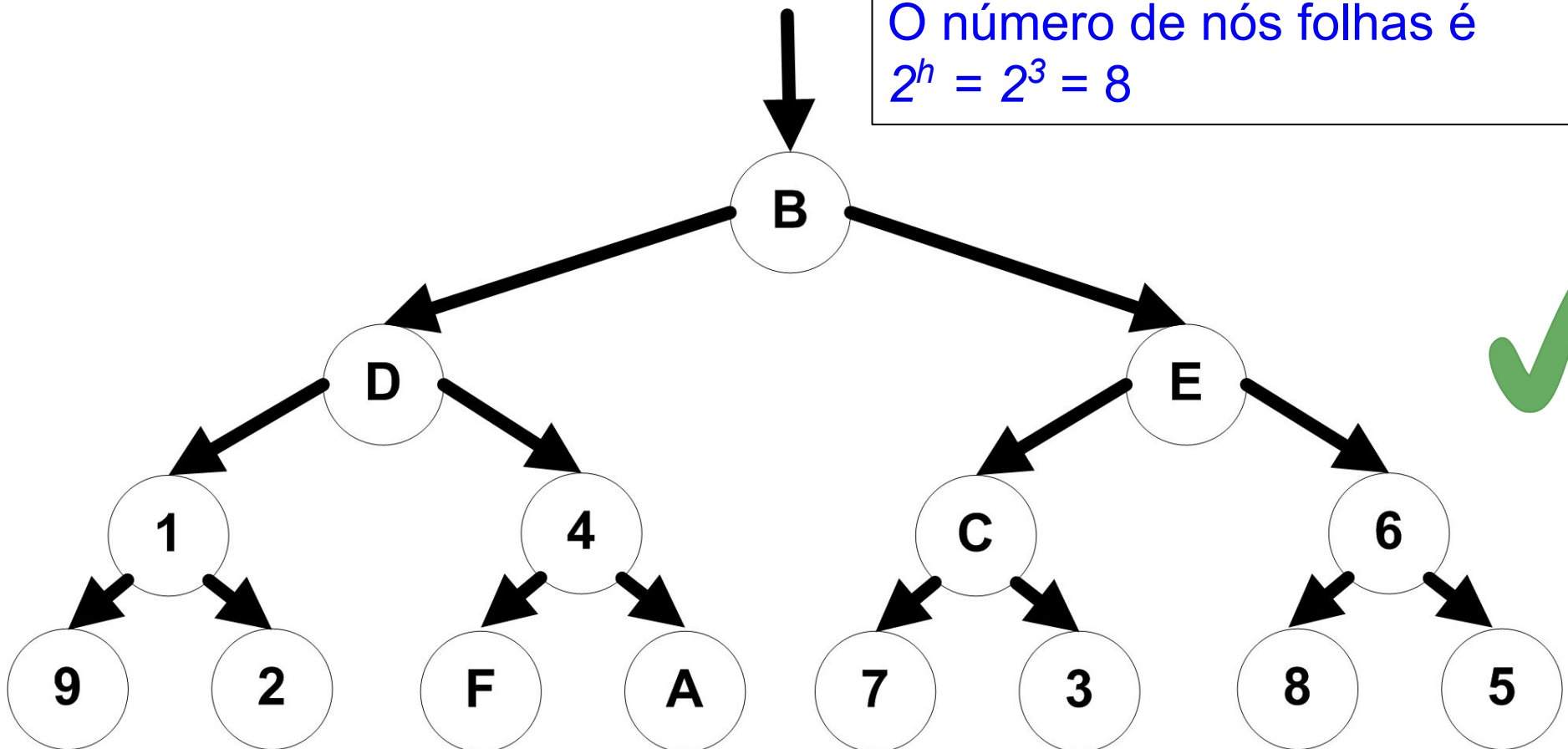
O número de nós internos é
 $2^h - 1 = 2^3 - 1 = 7$



Exercício Resolvido (5)

- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**

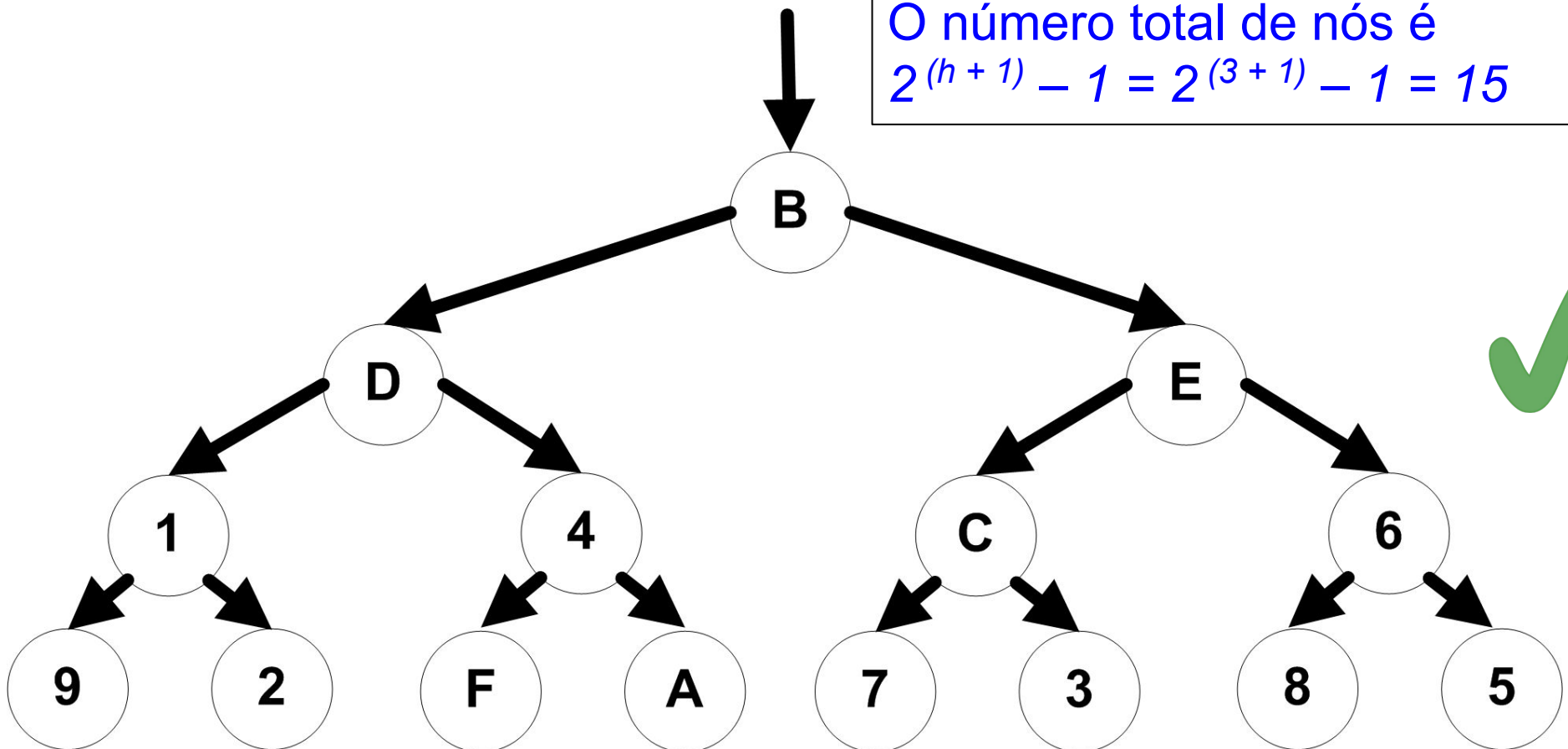
O número de nós folhas é
 $2^h = 2^3 = 8$



Exercício Resolvido (5)

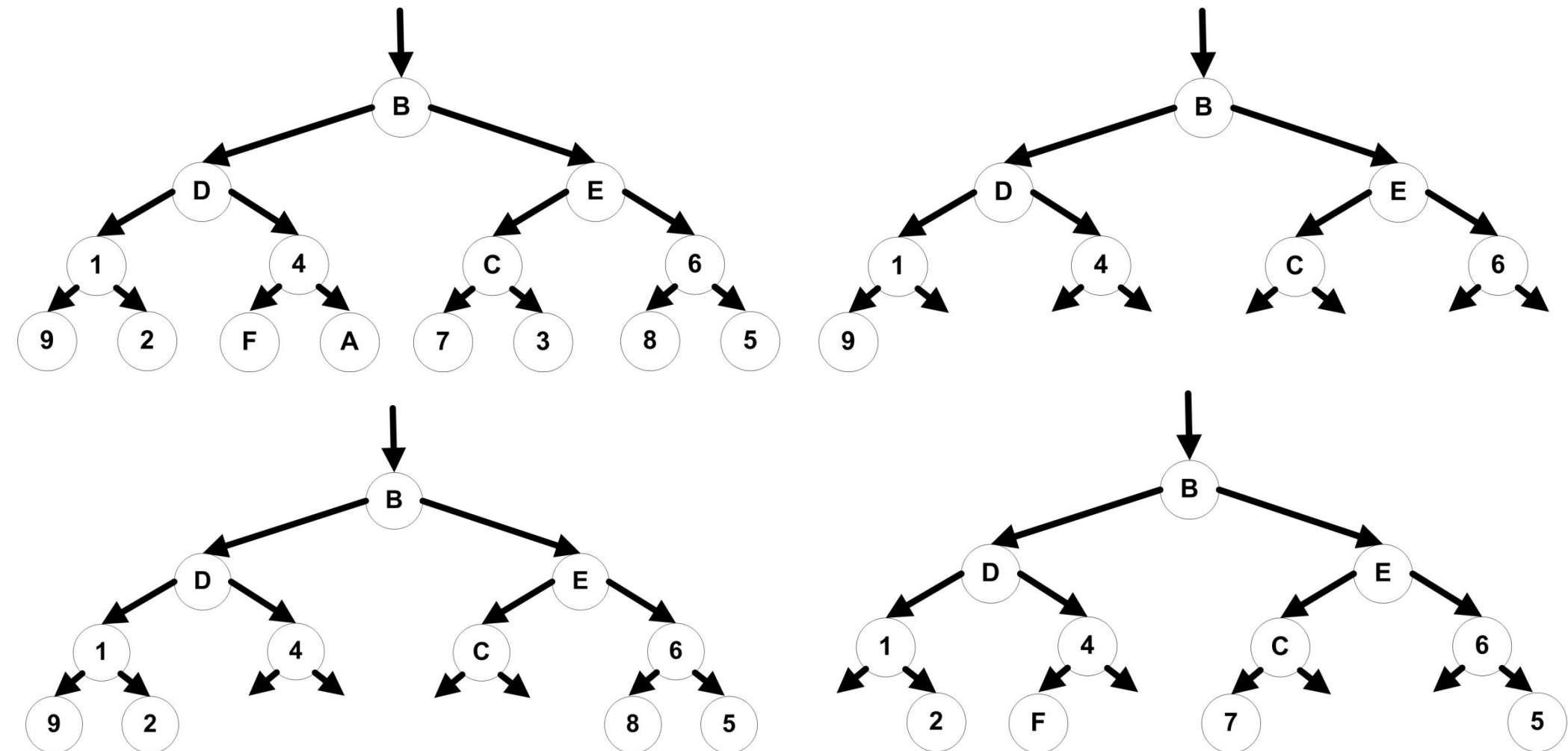
- Crie uma árvore binária completa com os dígitos hexadecimais **não nulos**

O número total de nós é
 $2^{(h+1)} - 1 = 2^{(3+1)} - 1 = 15$




Árvore Balanceada

- Árvore em que para **TODOS** os nós, a diferença entre a altura de suas árvores da esquerda e da direita sempre será **0** ou **± 1** como, por exemplo:



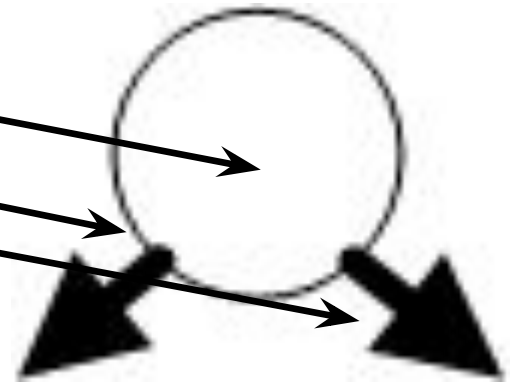
Consideração


- Árvore Binária de Pesquisa (ABP) também é chamada de Árvore Binária de Busca (ABB) ou *Binary Search Tree* (BST)
- A partir deste ponto, neste material, considera-se que todas as árvores binárias serão de pesquisa

- Definições e conceitos
- **Classe Nó em Java** 
- Classe Árvore Binária em Java

Algoritmo em Java - Classe Nó

```
class No {  
    int elemento;  
    No esq;  
    No dir;  
    No(int elemento) {  
        this(elemento, null, null);  
    }  
    No(int elemento, No esq, No dir) {  
        this.elemento = elemento;  
        this.esq = esq;  
        this.dir = dir;  
    }  
}
```



- Definições e conceitos
- Classe Nó em Java
- **Classe Árvore Binária em Java** 

Classe Árvore Binária em Java

```
class ArvoreBinaria {  
    No raiz;  
    ArvoreBinaria() { raiz = null; }  
    void inserir(int x) { }  
    void inserirPai(int x) { }  
    boolean pesquisar(int x) { }  
    void caminharCentral() { }  
    void caminharPre() { }  
    void caminharPos() { }  
    void remover(int x) { }  
}
```

Classe Árvore Binária em Java

```
class ArvoreBinaria {
    No raiz;
    ArvoreBinaria() { raiz = null; }
    void inserir(int x) { }
    void inserirPai(int x) { }
    boolean pesquisar(int x) { }
    void caminharCentral() { }
    void caminharPre() { }
    void caminharPos() { }
    void remover(int x) { }
}
```

raiz

null

