

Unidade I:


Introdução - Algoritmo de Ordenação por Seleção



PUC Minas

Instituto de Ciências Exatas e Informática
Departamento de Ciência da Computação

- Introdução sobre Ordenação Interna
- Funcionamento básico
- Algoritmo em C *like*
- Análise dos número de movimentações e comparações
- Conclusão

- **Introdução sobre Ordenação Interna** 
- Funcionamento básico
- Algoritmo em C *like*
- Análise dos número de movimentações e comparações
- Conclusão

Introdução sobre Ordenação Interna

- Muitas aplicações requerem dados de forma ordenada
- Entrada: *array* com n elementos
- A ordenação é dita Interna quando a lista de elementos cabe na memória principal, caso contrário, é dita Externa
- Chave de Pesquisa: Atributo utilizado para ordenar os registros

Análise dos Algoritmos de Ordenação Interna

- Operações fundamentais: comparação e movimentação entre elementos do *array*
- O limite inferior em termos do número de comparações (entre elementos do *array*) para a ordenação interna é $\Theta(n \times \lg(n))$
- Logo, a complexidade ótima para a ordenação interna em número de comparações do pior e do caso médio é $\Theta(n \times \lg(n))$
- Vários algoritmos de ordenação interna alcançam esse limite

Algoritmos Estáveis vs. Não Estáveis

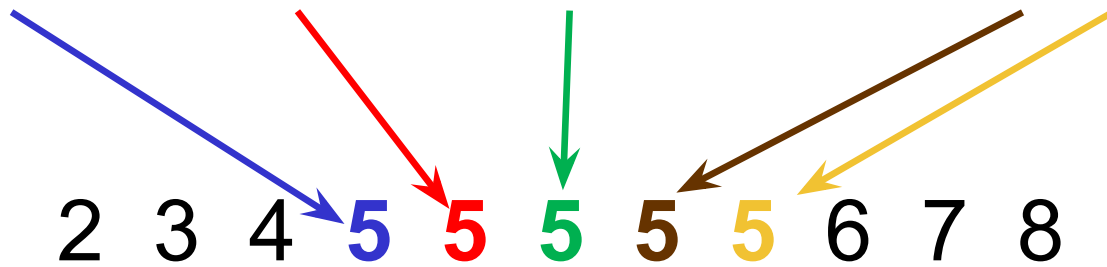
- Um algoritmo é dito estável se depois da execução, os elementos com a mesma chave mantiverem a ordem relativa entre as chaves repetidas
- No exemplo abaixo, a ordem dos elementos azul, vermelho, verde e marrom e amarelo é a mesma

- Antes:

9 5 1 4 5 0 7 5 2 8 6 3 5 5

- Depois:

0 1 2 3 4 5 5 5 5 5 6 7 8 9



Algoritmos Estáveis vs. Não Estáveis

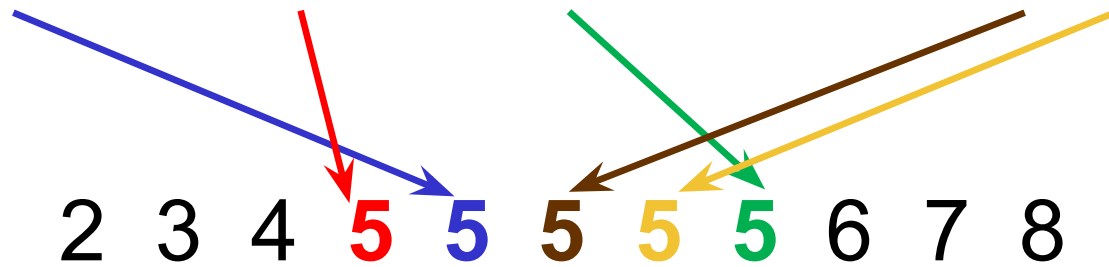
- Um algoritmo é dito estável se depois da execução, os elementos com a mesma chave mantiverem a ordem relativa entre as chaves repetidas
- No exemplo abaixo, a ordem dos elementos azul, vermelho, verde e marrom e amarelo não foi mantida (algoritmo não estável)


- Antes:

9 5 1 4 5 0 7 5 2 8 6 3 5 5

- Depois:

0 1 2 3 4 5 5 5 5 6 7 8 9



- Introdução sobre Ordenação Interna
- **Funcionamento básico** 
- Algoritmo em C like
- Análise dos número de movimentações e comparações
- Conclusão

Funcionamento Básico

- Procure o menor elemento do *array*
- Troque a posição do menor elemento com o primeiro
- Volte ao primeiro passo e considere o *array* a partir da próxima posição

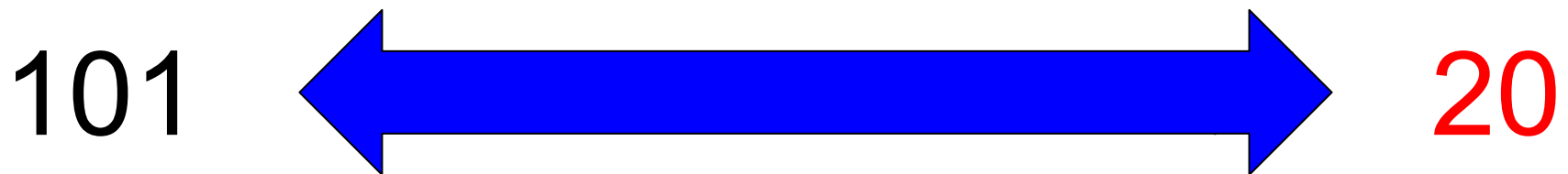
Exemplo

Legenda: - menor elemento em vermelho
- parte ordenada está de azul

101 115 30 63 47 20

101 115 30 63 47 20

Menor
elemento



Trocando a posição do menor
elemento com o primeiro

Parte
ordenada

20

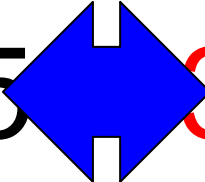
115	30	63	47	101
-----	----	----	----	-----

Parte a ser ordenada

20 115 30 63 47 101

20 115 30 63 47 101

Menor
elemento


20 115  30 63 47 101

20 30 115 63 47 101

Trocando a posição do menor
elemento com o primeiro

20 30 115 63 47 101

Menor
elemento

20 30 115  47 101

20 30 47 63 115 101

Trocando a posição do menor
elemento com o primeiro

20 30 47 63 115 101

Menor
elemento

20 30 47 63 115 101

Trocando a posição do menor
elemento com o primeiro

20 30 47 63 115 101

Menor
elemento

20 30 47 63 115 101




20 30 47 63 101 115

Trocando a posição do menor
elemento com o primeiro

20 30 47 63 101 115


O algoritmo terminou? Por que?

- Introdução sobre Ordenação Interna
- Funcionamento básico
- **Algoritmo em C *like*** 
- Análise dos número de movimentações e comparações
- Conclusão

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```



(Obs.1): No Seleção, os valores de i serão: 0, 1, 2, 3, ... e $(n-2)$

O laço externo **não** é executado quando i igual a $(n-1)$

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++) {
        if (array[menor] > array[j]) {
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

(Obs.2): As variáveis ***n*** e ***array*** são globais (em C/C++). Em Java/C#, elas são atributos da classe

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

3

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

(Obs.3): O maior valor de i é $(n-2)$, pois repetimos enquanto i for menor que $(n-1)$

Quem deseja apostar um chocolate que, em Somatórios, alguém perguntará o motivo do somatório de comparações começar em zero e terminar em $(n-2)$?

101

115

30

63

47

20

0

1

2

3

4

5

Algoritmo em C *like*

4

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

(Obs.4): No final, o elemento da posição (n-1) será o maior, pois os (n-1) menores elementos já foram separados

Olha o chocolate novamente...

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

5

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

(Obs.5): i endereça a posição do elemento a ser inserido no conjunto ordenado

101

115

30

63

47

20

0

1

2

3

4

5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    6 → for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```


(Obs.6): O laço interno procura a posição do menor elemento no conjunto a ser ordenado

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```



(Obs.7): j começa na primeira posição a ser comparada com a posição menor

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}

```

8

(Obs.8): O *swap* troca o conteúdo das posições menor e i

```

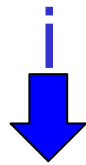
public void swap(int a, int b) {
    int temp = array[a];
    array[a] = array[b];
    array[b] = temp;
}

```

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

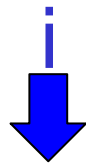


101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

true: $0 < 5$



101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor
↓ i

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor

↓ i

↓ j

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $1 < 6$

↓ menor

↓ i

↓ j

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

false: 101 > 115

↓ menor

↓ i

↓ j

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor
↓ i

↓ j

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $2 < 6$

↓ menor
↓ i

↓ j

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

true: 101 > 30

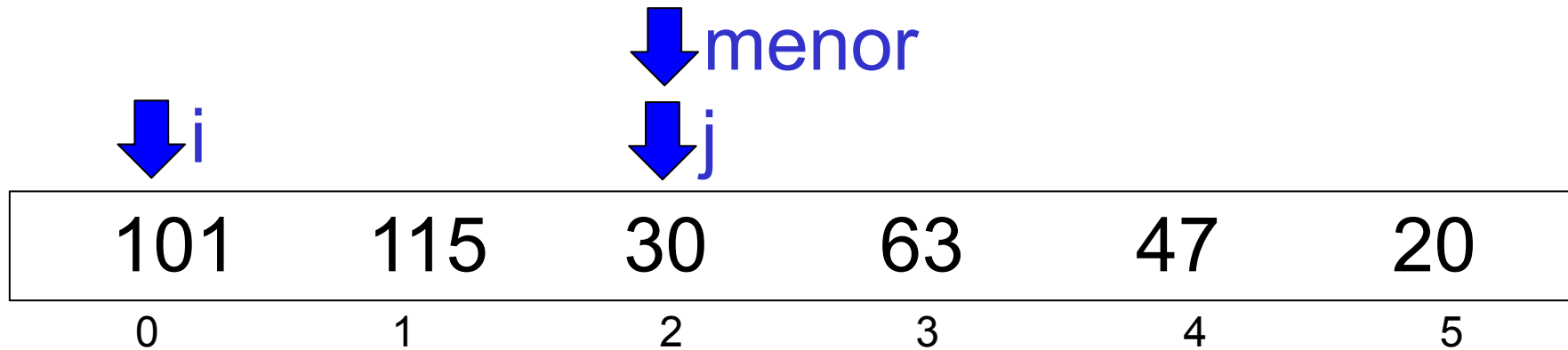
↓ menor
↓ i

↓ j

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

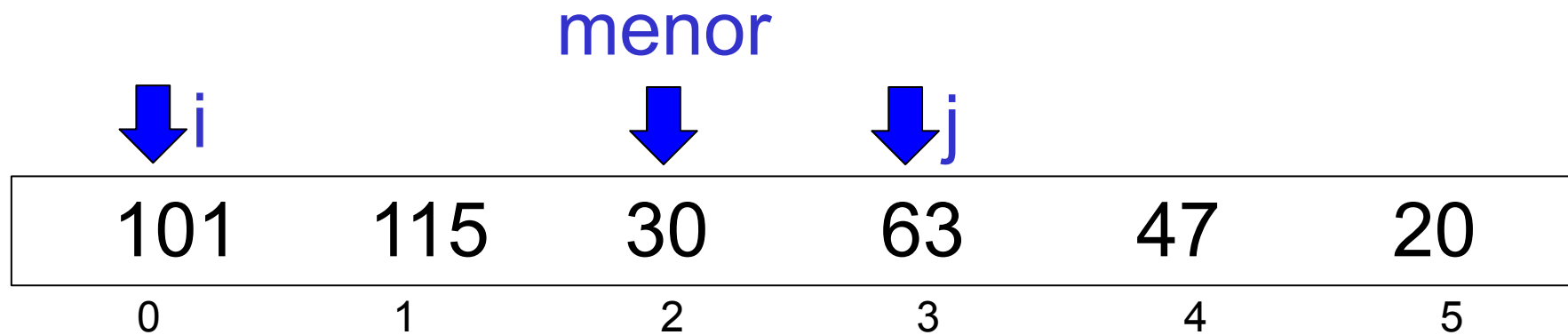
Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

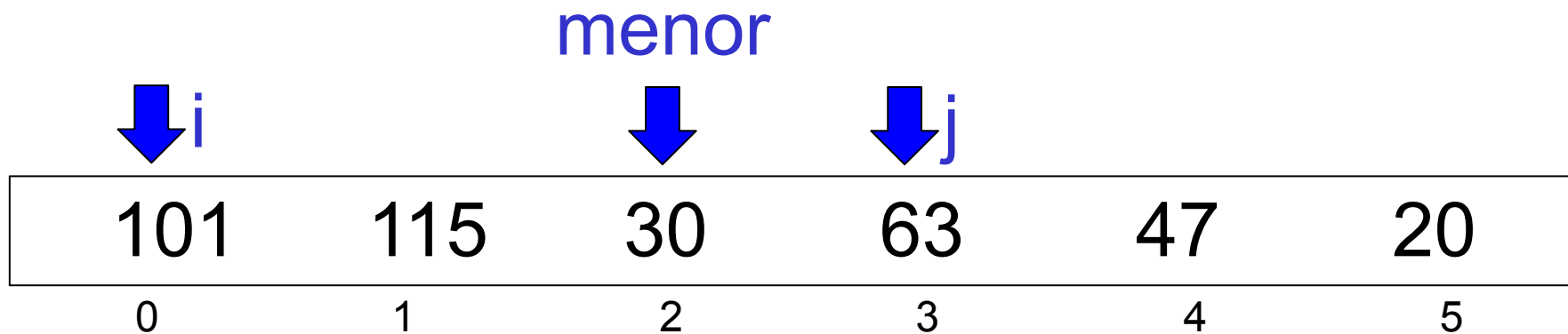
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

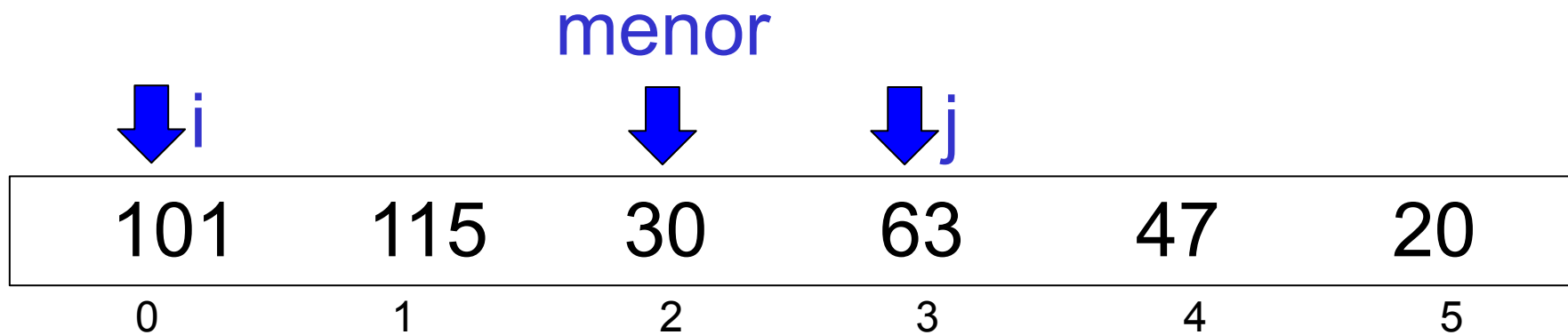
true: $3 < 6$



Algoritmo em C *like*

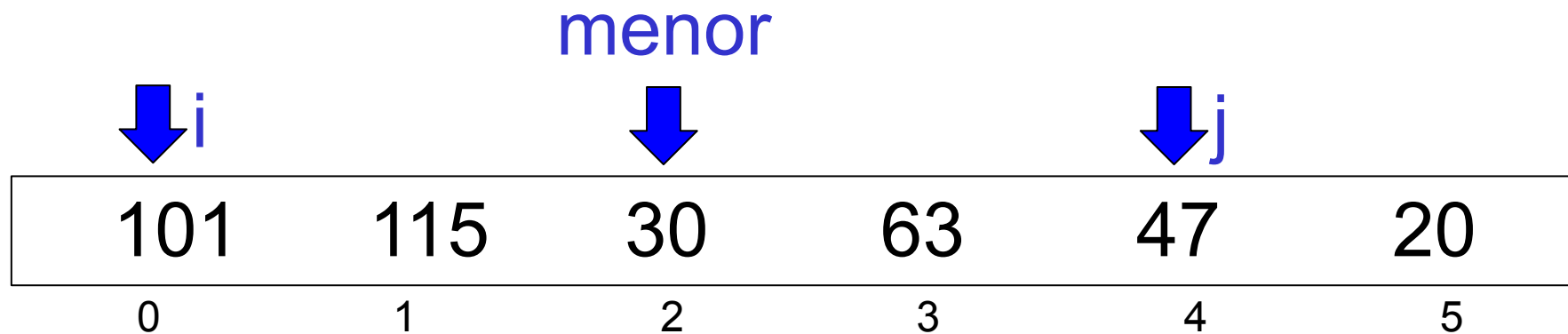
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

false: $30 > 63$



Algoritmo em C *like*

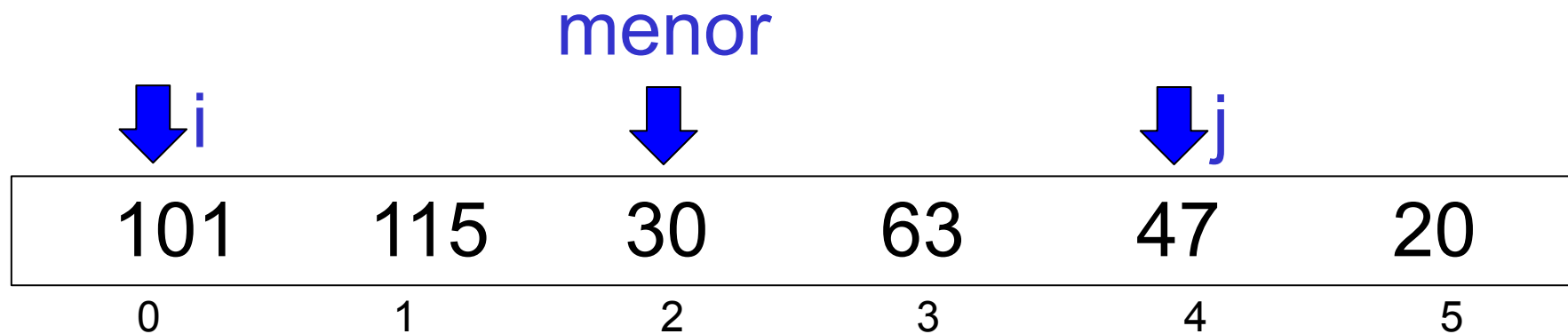
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: 4 < 6

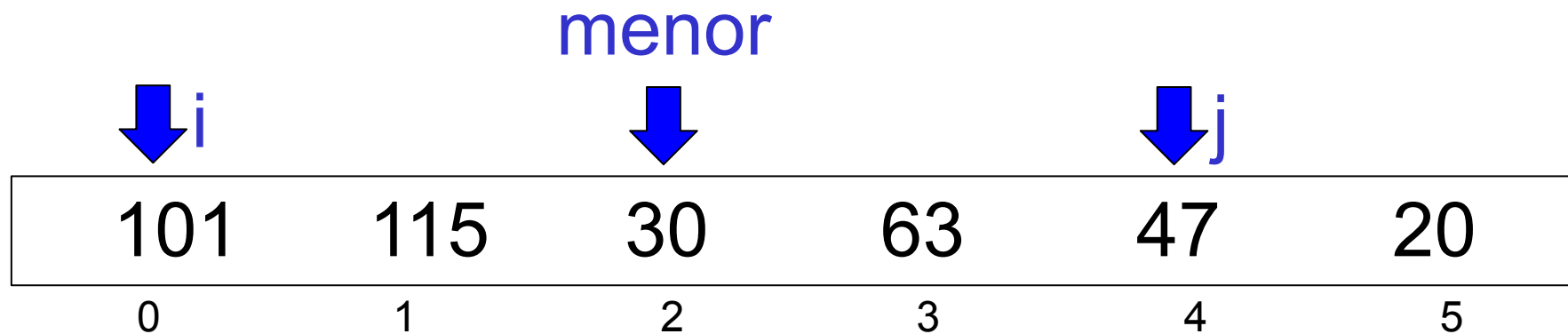


Algoritmo em C *like*

```

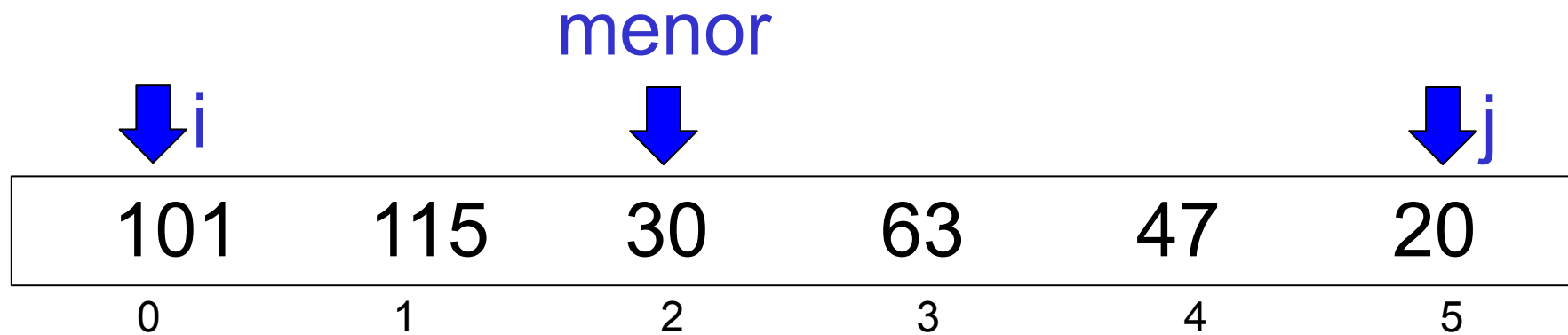
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

false: $30 > 47$



Algoritmo em C *like*

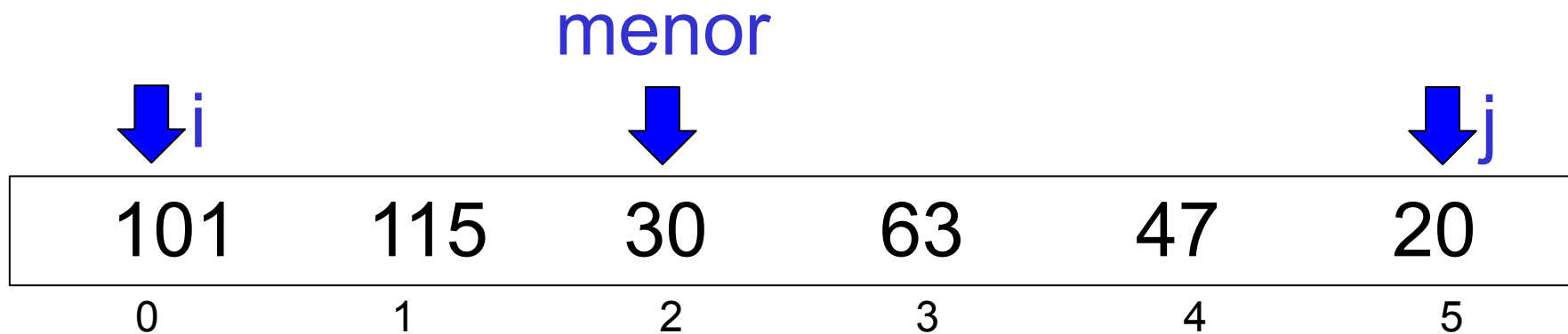
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

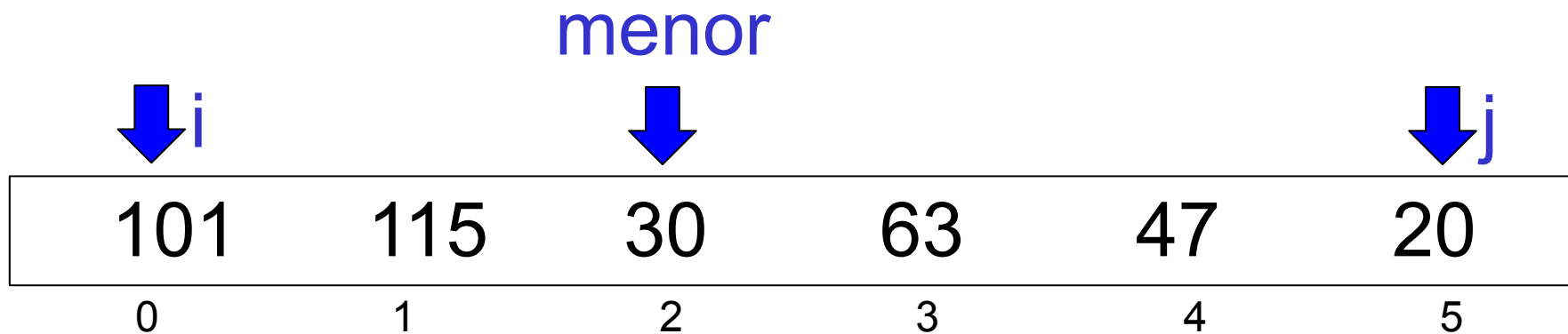
true: $5 < 6$



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $30 > 20$

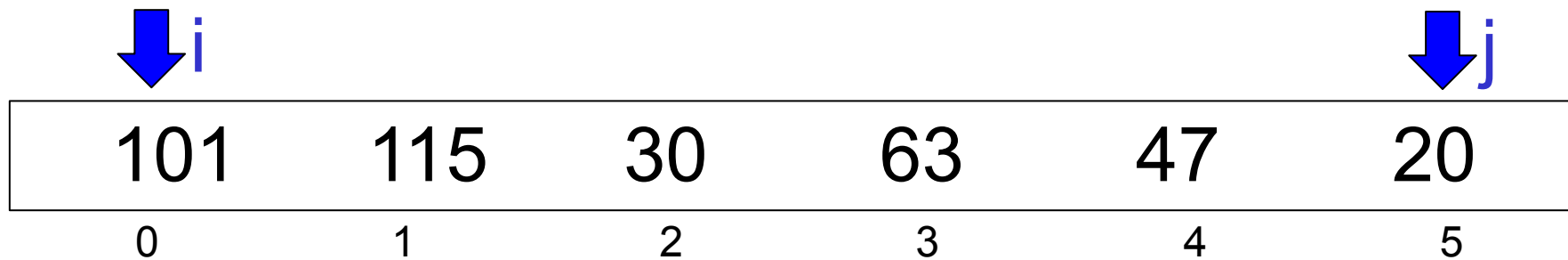


Algoritmo em C *like*

```

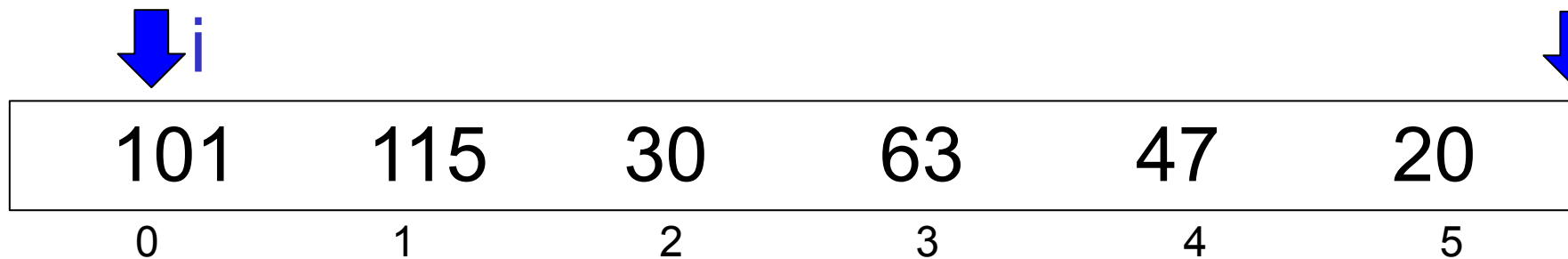
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

true: $30 > 20$



Algoritmo em C *like*

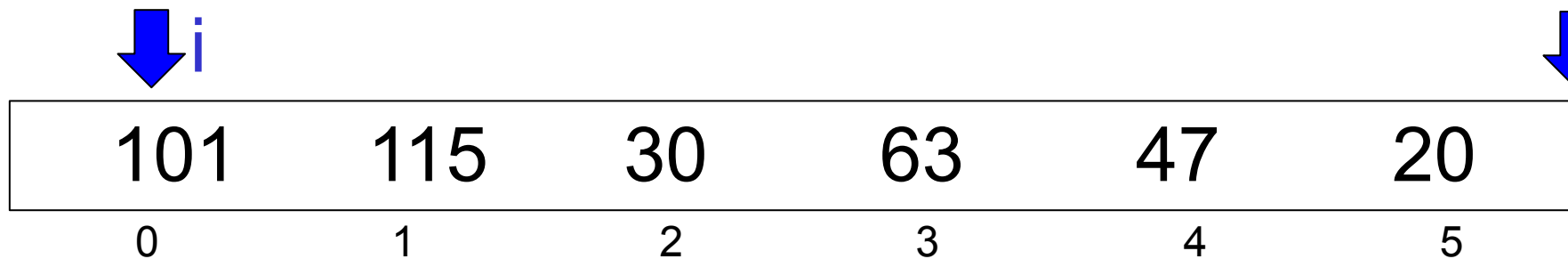
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

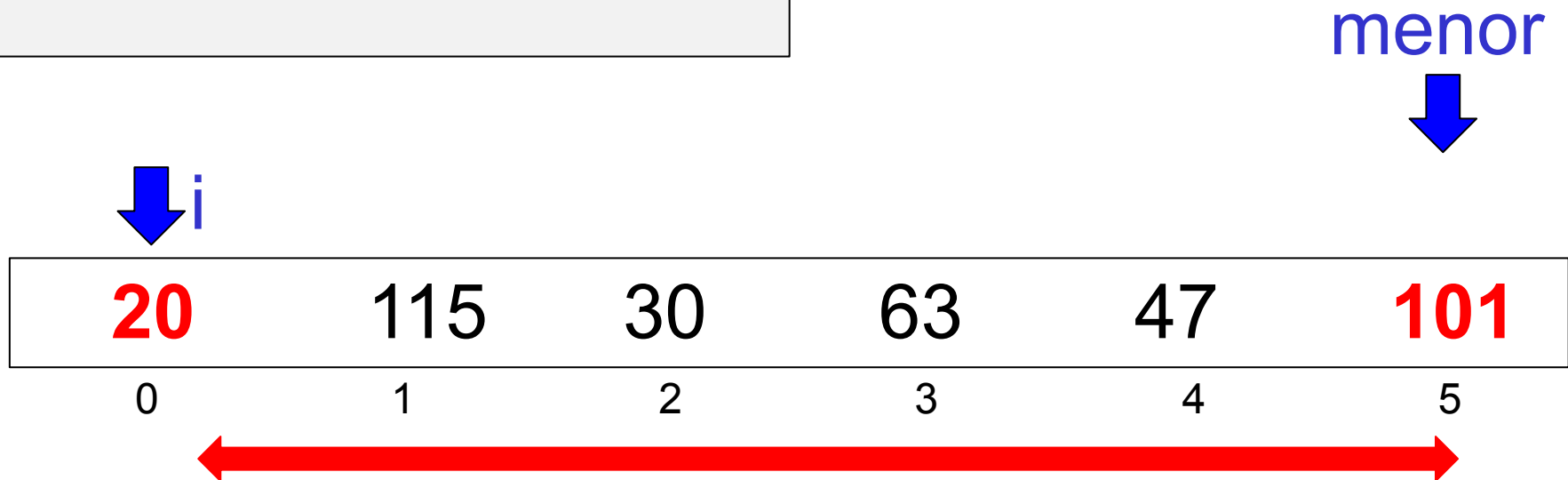
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

false: $6 < 6$



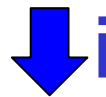
Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

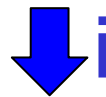


20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $1 < 5$



20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor
↓ i

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```



20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $2 < 6$

↓ menor
↓ i ↓ j

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $115 > 30$

↓ menor
↓ i ↓ j

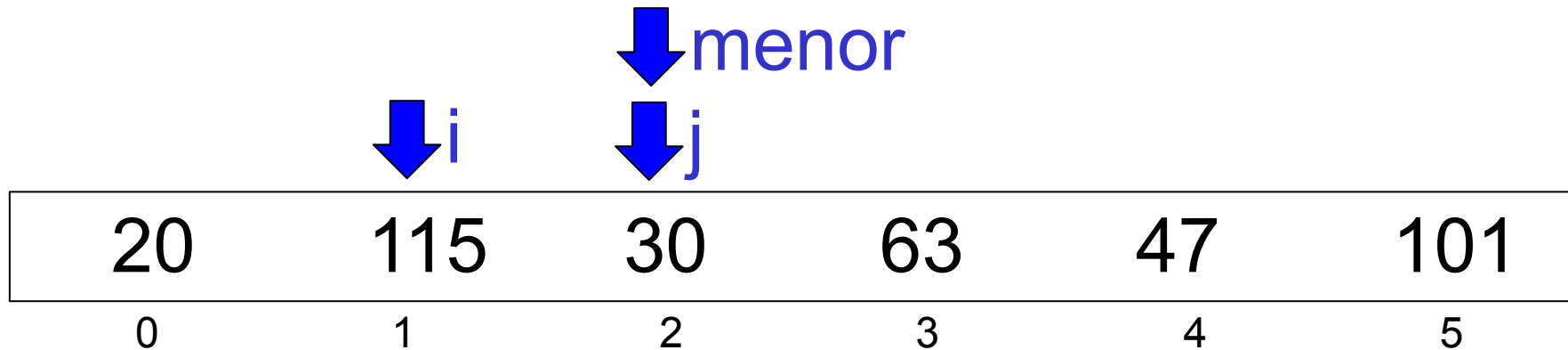
20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

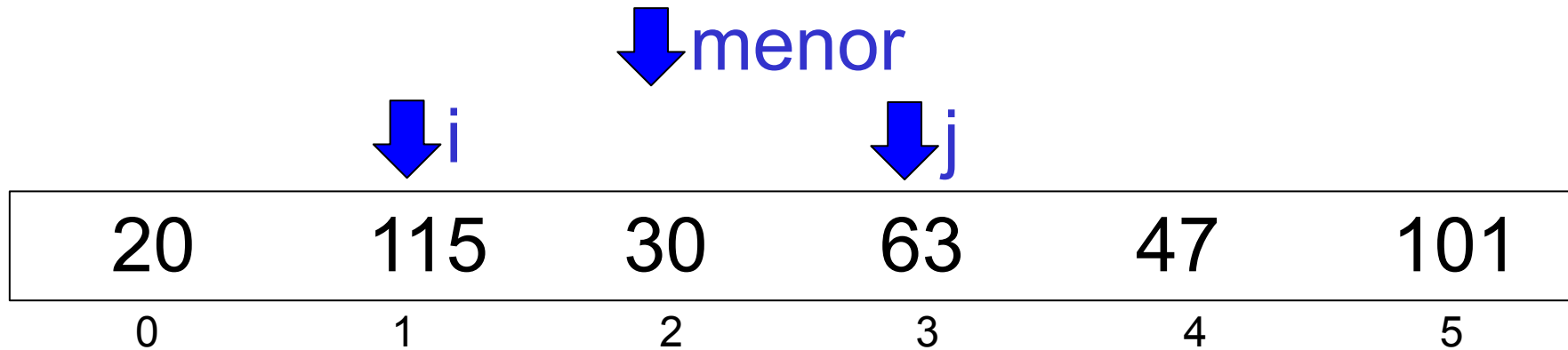
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

true: $115 > 30$



Algoritmo em C *like*

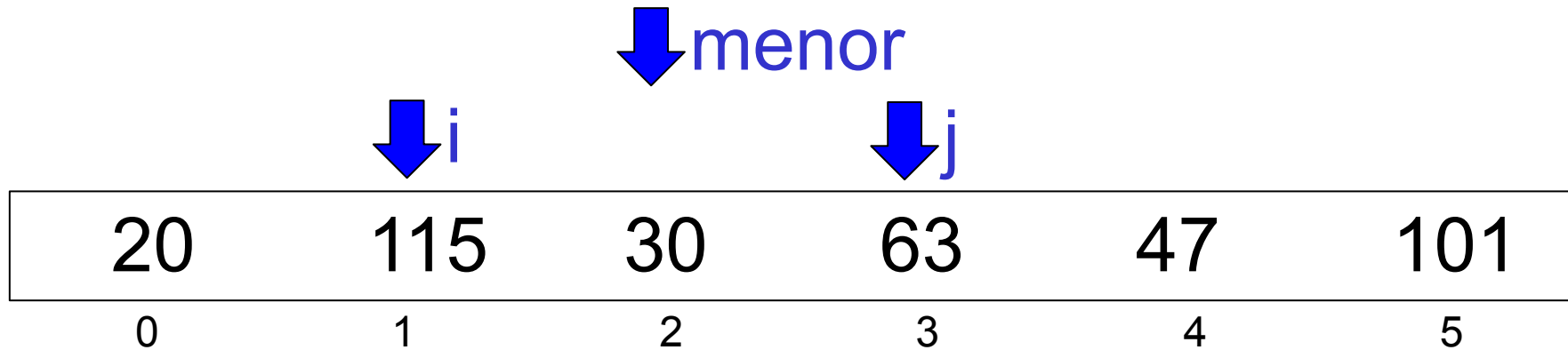
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

true: $3 < 6$

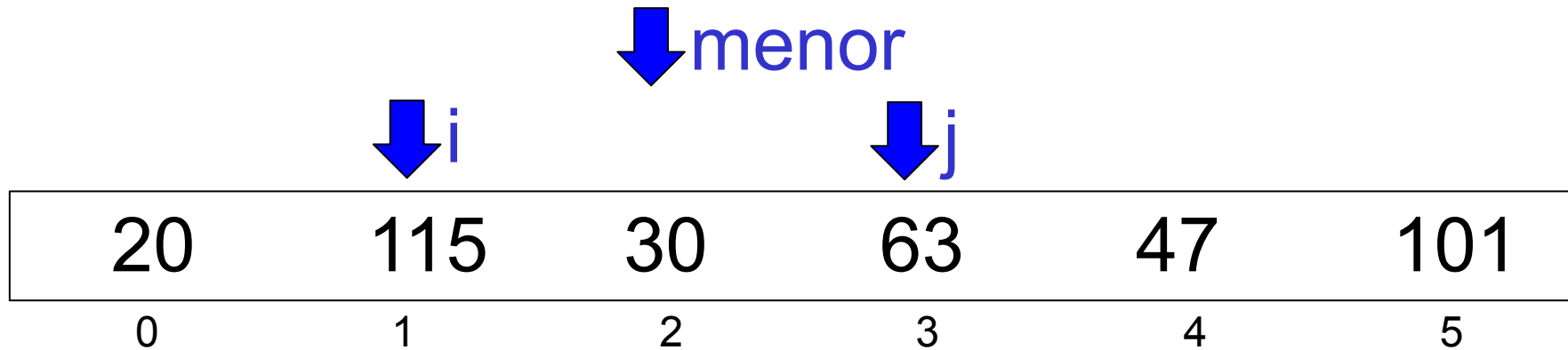


Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

false: $30 > 63$



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor

↓ i

↓ j

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: 4 < 6

↓ menor

↓ i

↓ j

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

false: 30 > 47

↓ menor

↓ i

↓ j

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor

↓ i

↓ j

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: 5 < 6

↓ menor

↓ i

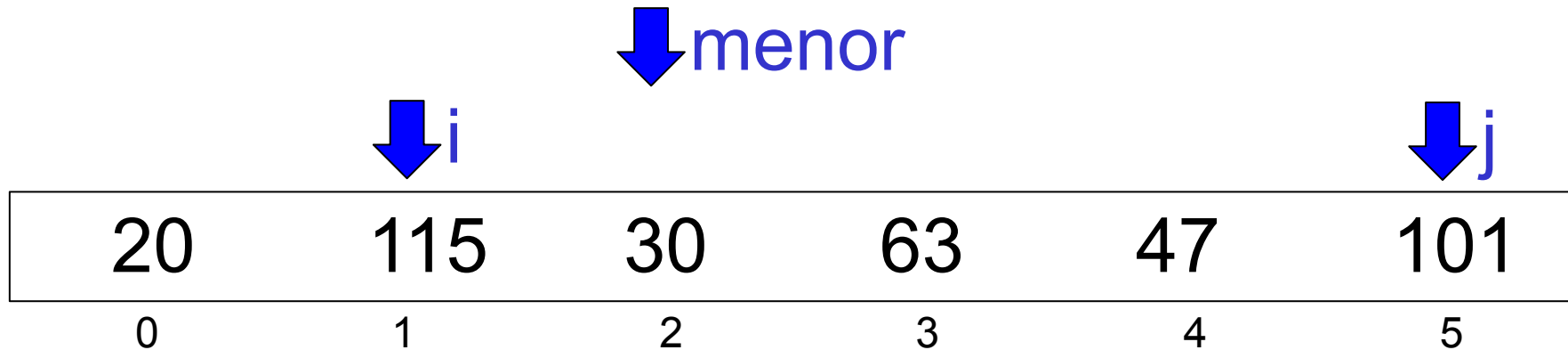
↓ j

20	115	30	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

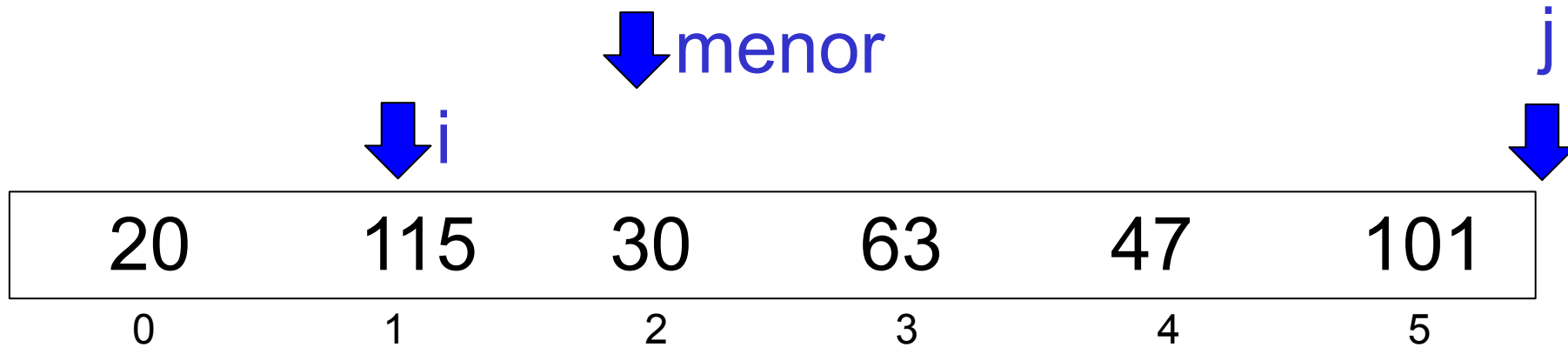
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

false: $30 > 101$



Algoritmo em C *like*

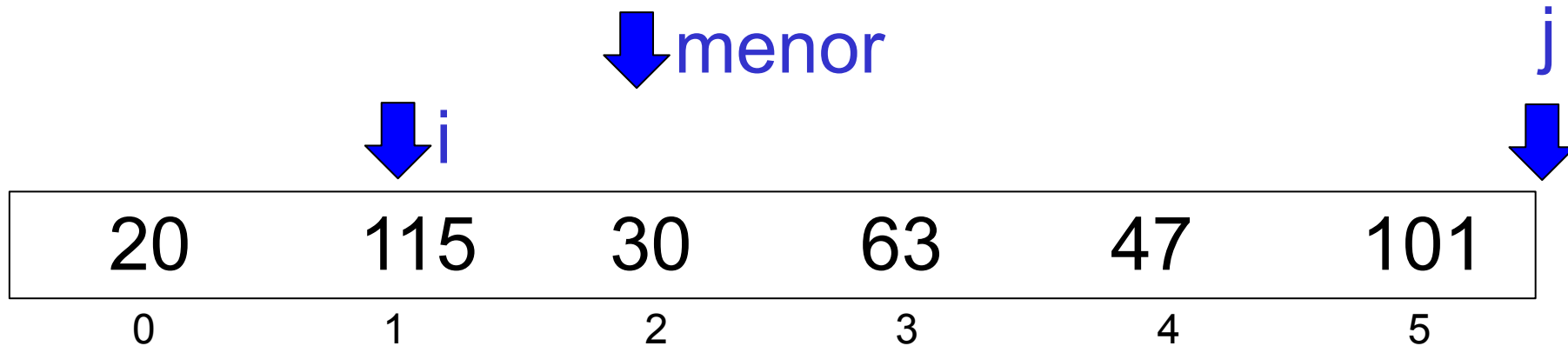
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

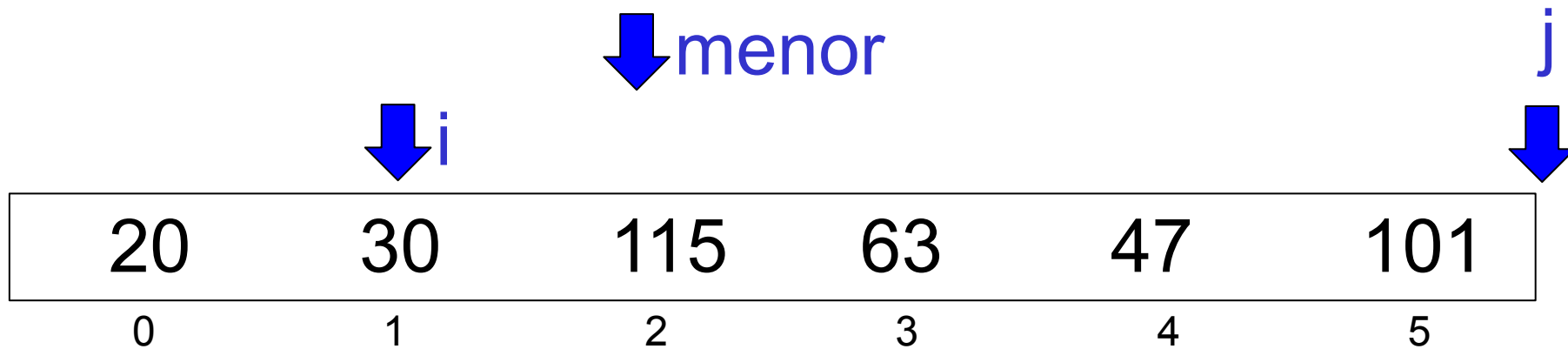
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

false: $6 < 6$



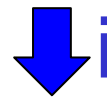
Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

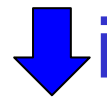


20	30	115	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

true: $2 < 5$



20	30	115	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor
↓ i

20	30	115	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

↓ menor
↓ i ↓ j

20	30	115	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $3 < 6$

↓ menor
↓ i ↓ j

20	30	115	63	47	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

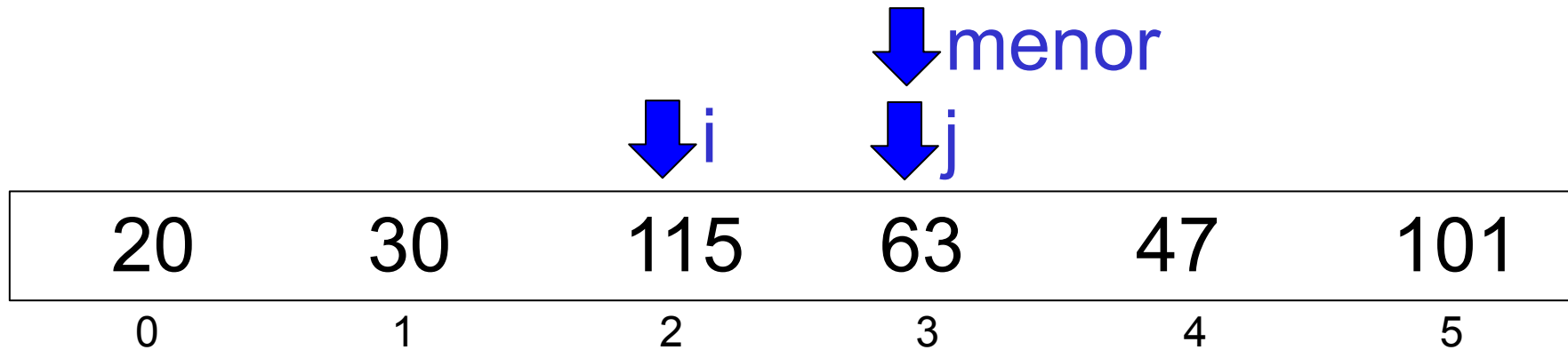
true: $115 > 63$

↓ menor
↓ i ↓ j

20	30	115	63	47	101
0	1	2	3	4	5

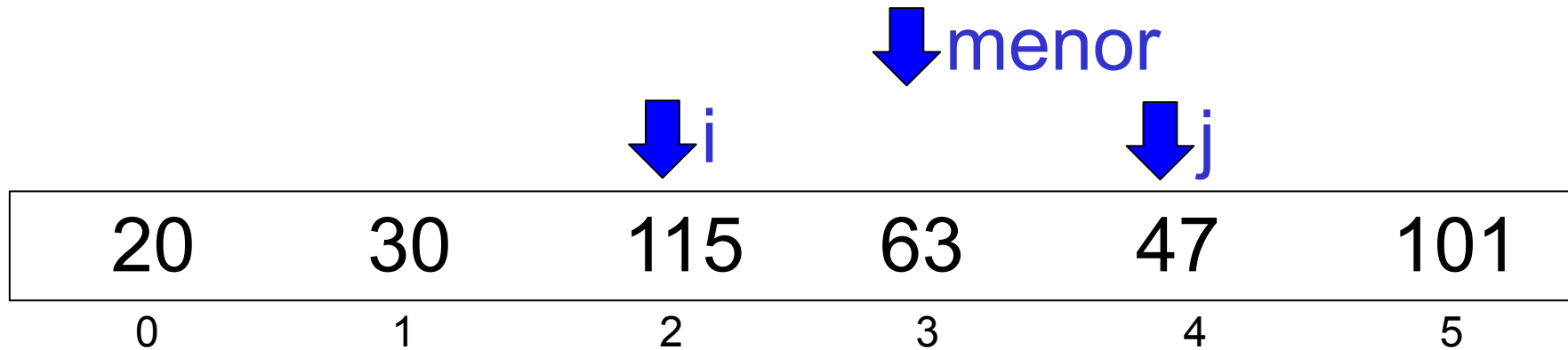
Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

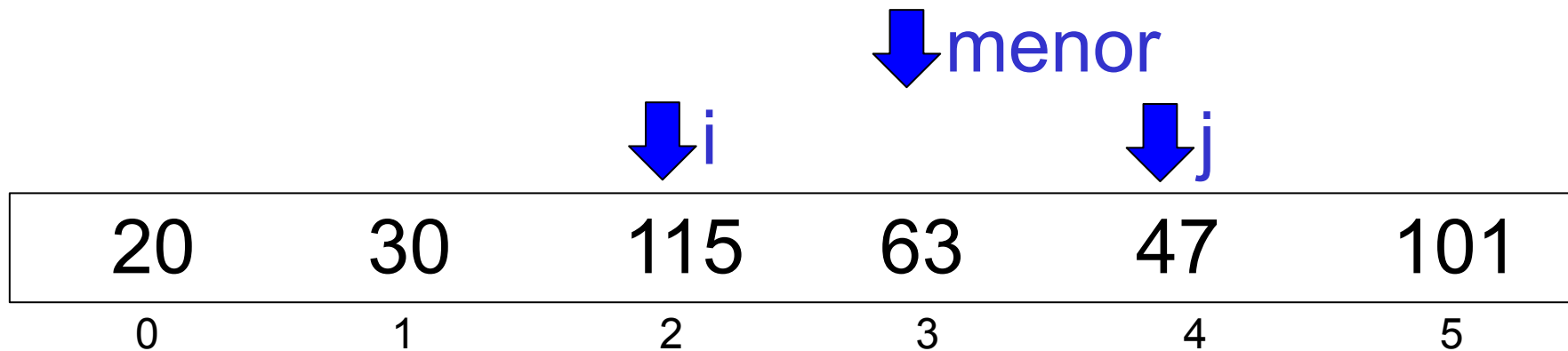
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: 4 < 6

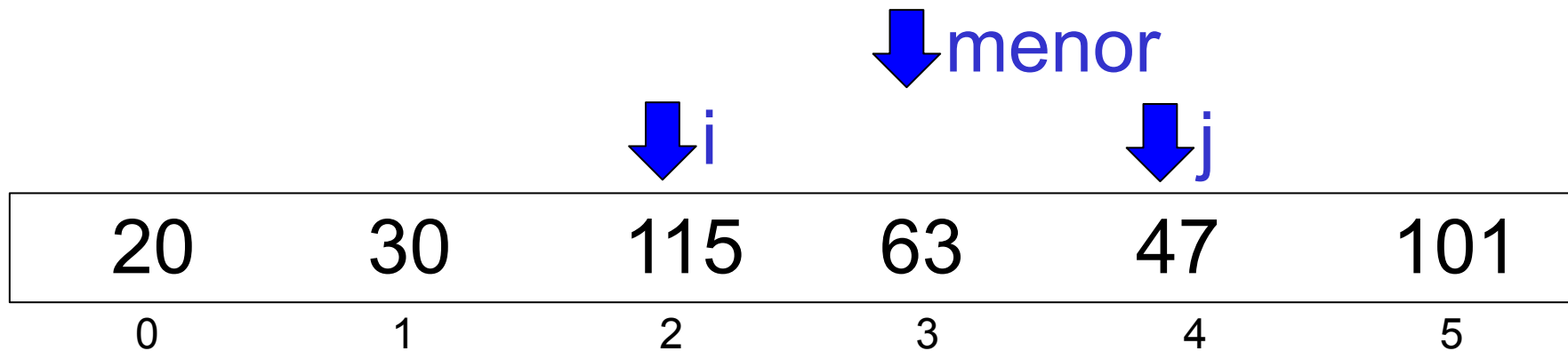


Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

true: 63 > 47

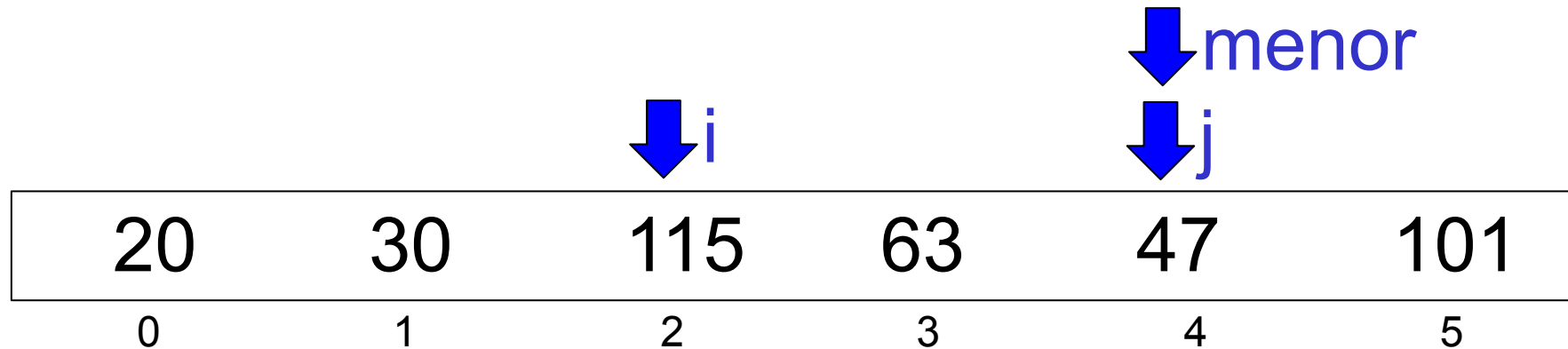


Algoritmo em C *like*

```

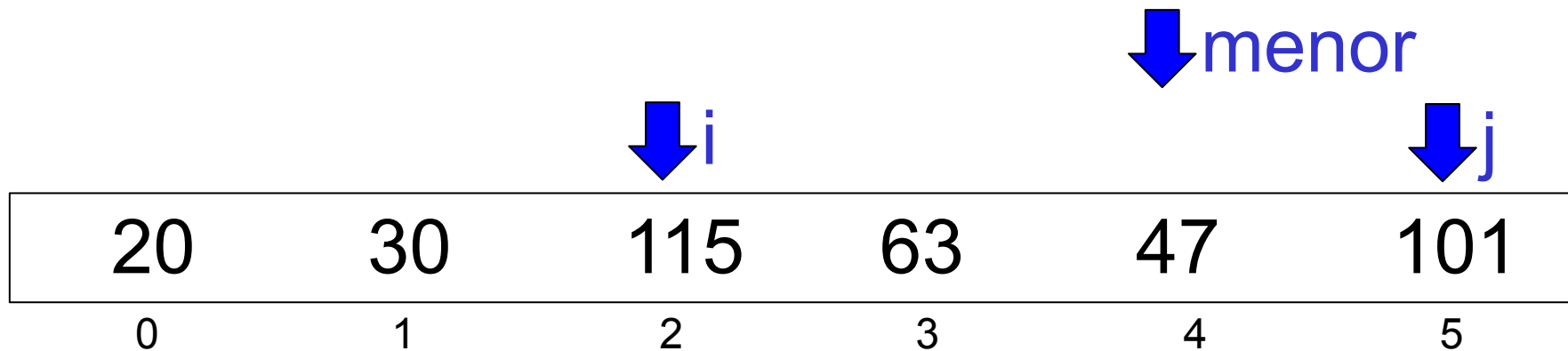
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

true: $63 > 47$



Algoritmo em C *like*

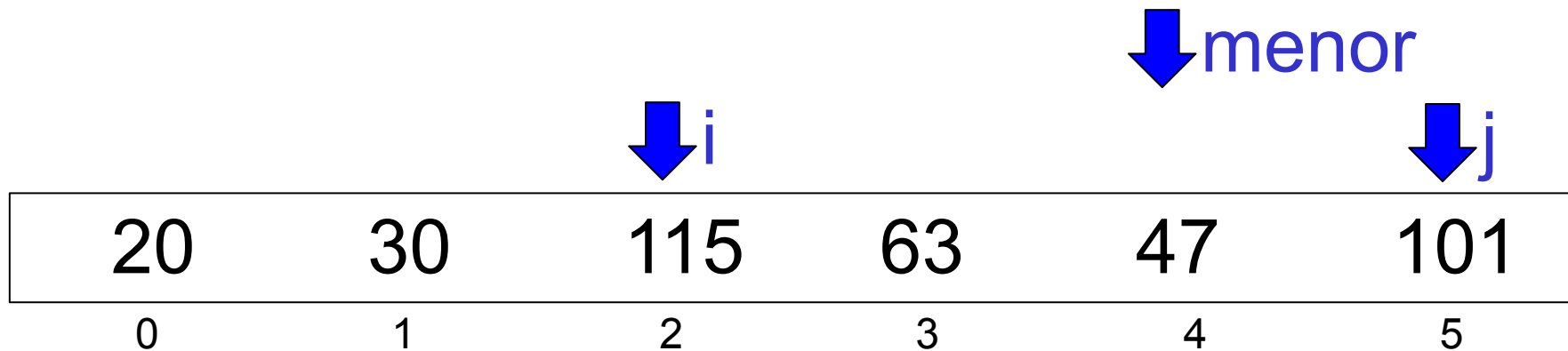
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

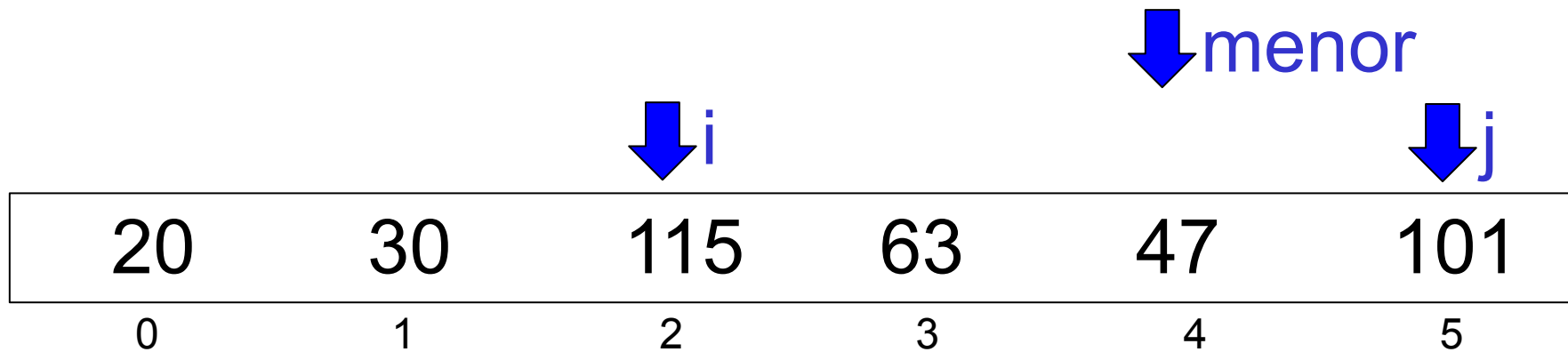
true: $5 < 6$



Algoritmo em C *like*

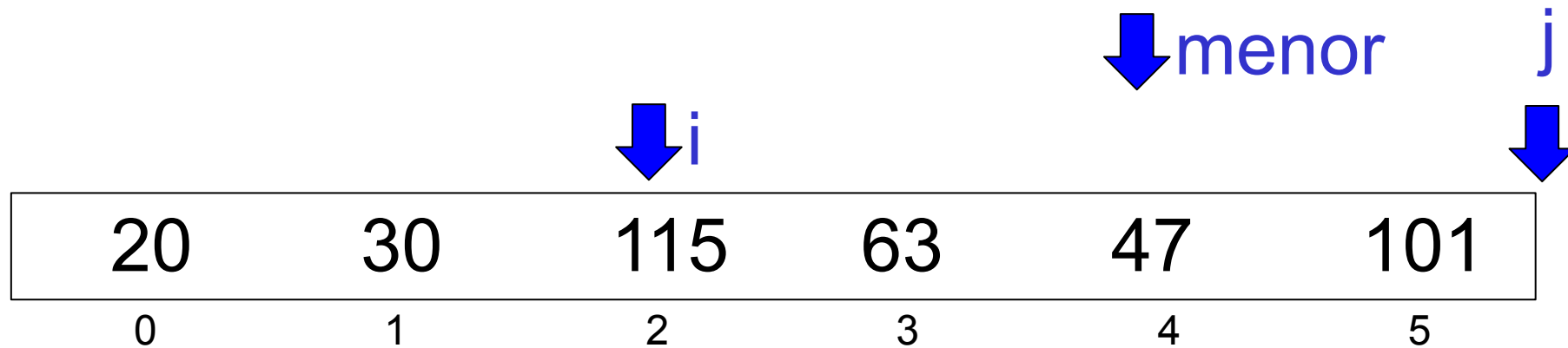
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

false: $47 > 101$



Algoritmo em C *like*

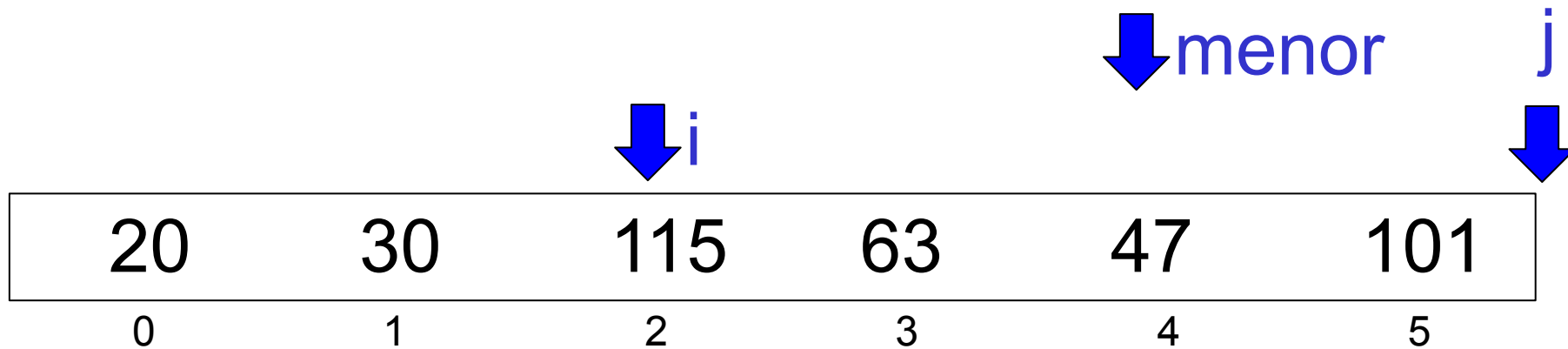
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

false: $6 < 6$



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```


↓ menor

↓ i

20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```




20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

true: $3 < 5$



20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

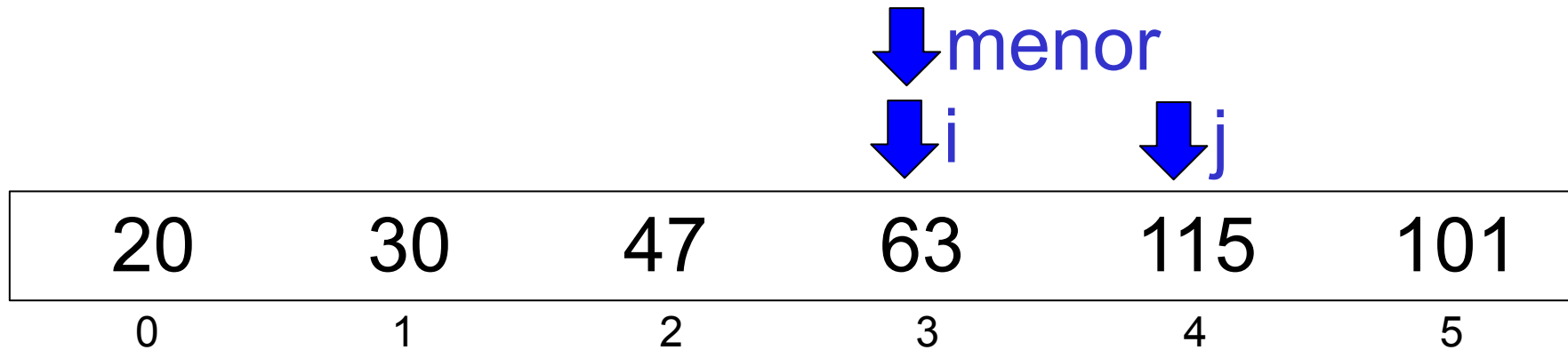
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

↓ menor
↓ i

20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

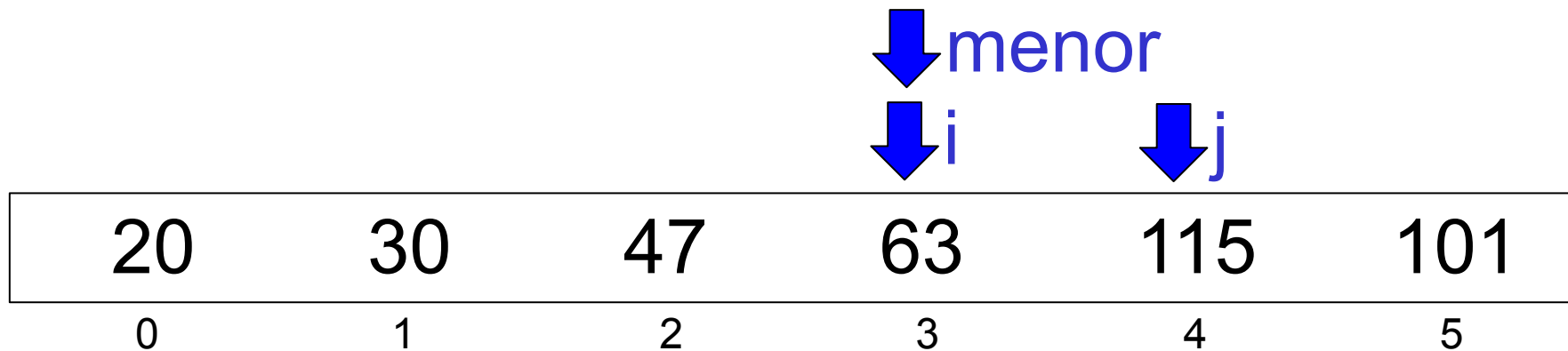
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $4 < 6$

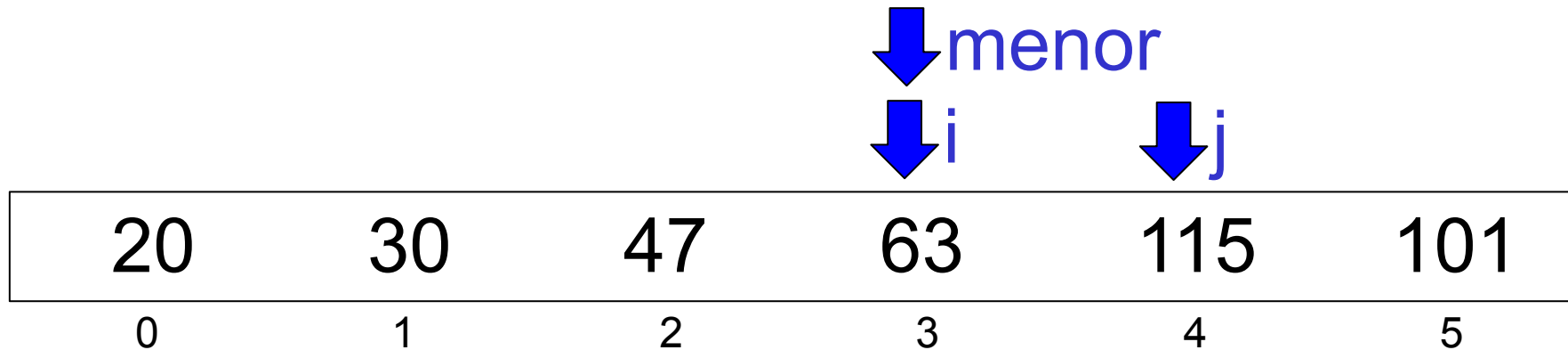


Algoritmo em C *like*

```

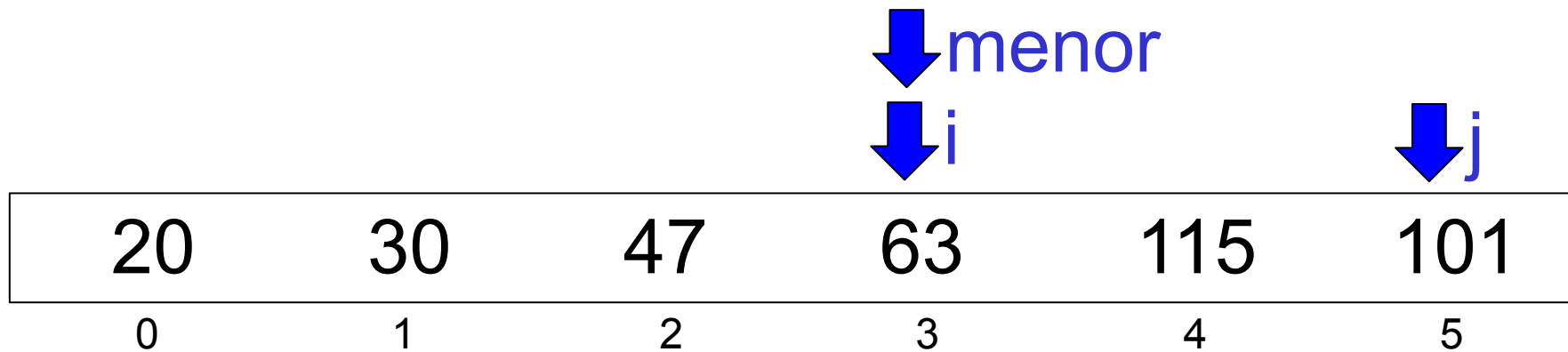
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

false: $63 > 115$



Algoritmo em C *like*

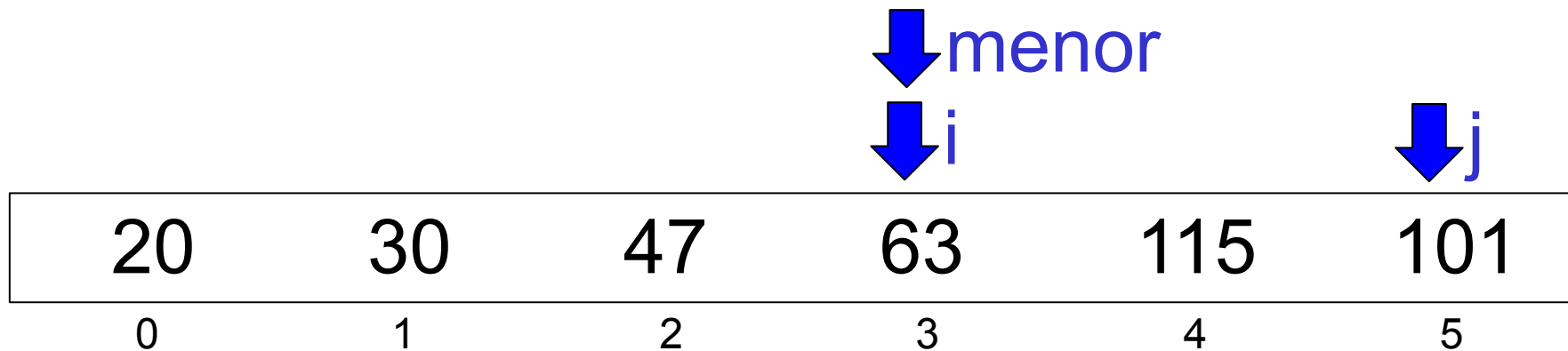
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

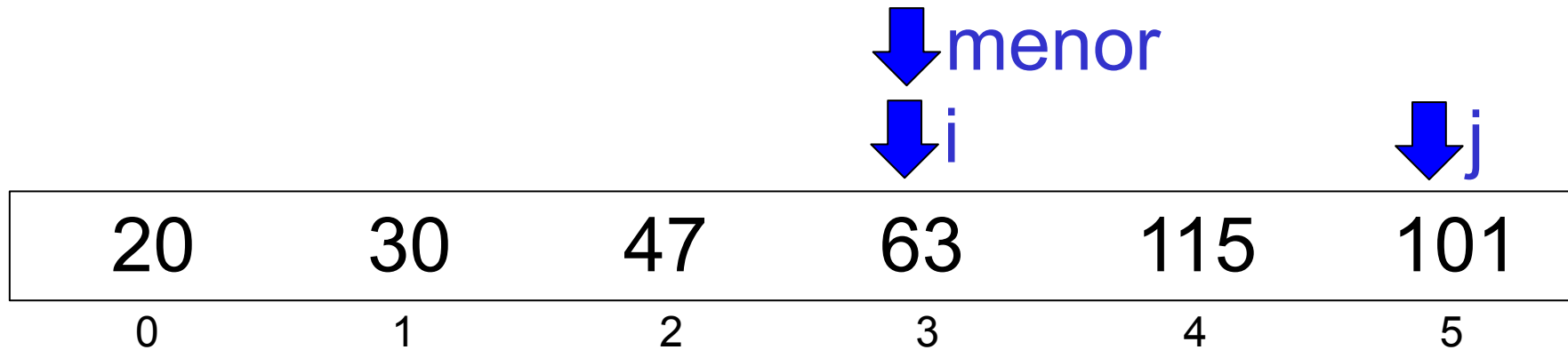
true: $5 < 6$



Algoritmo em C *like*

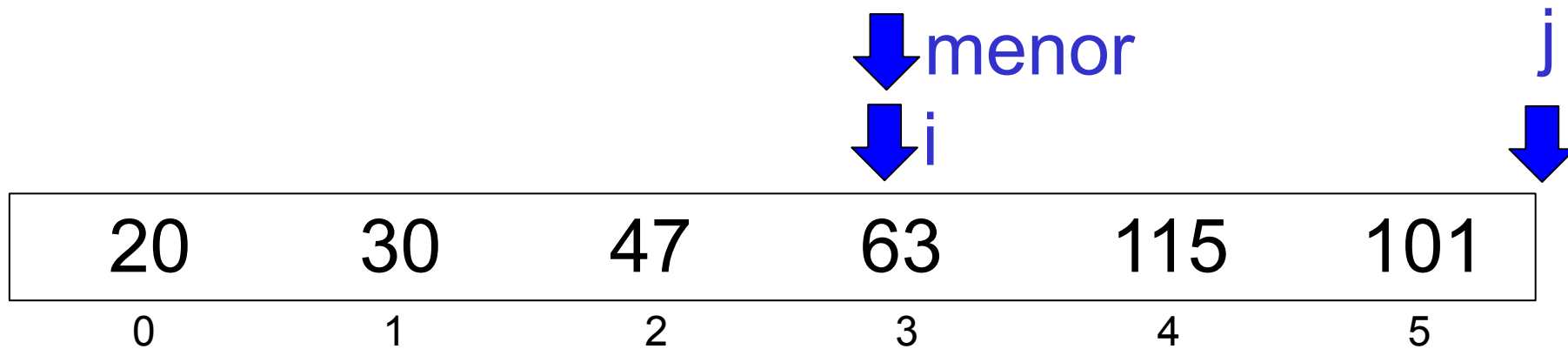
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

false: $63 > 101$



Algoritmo em C *like*

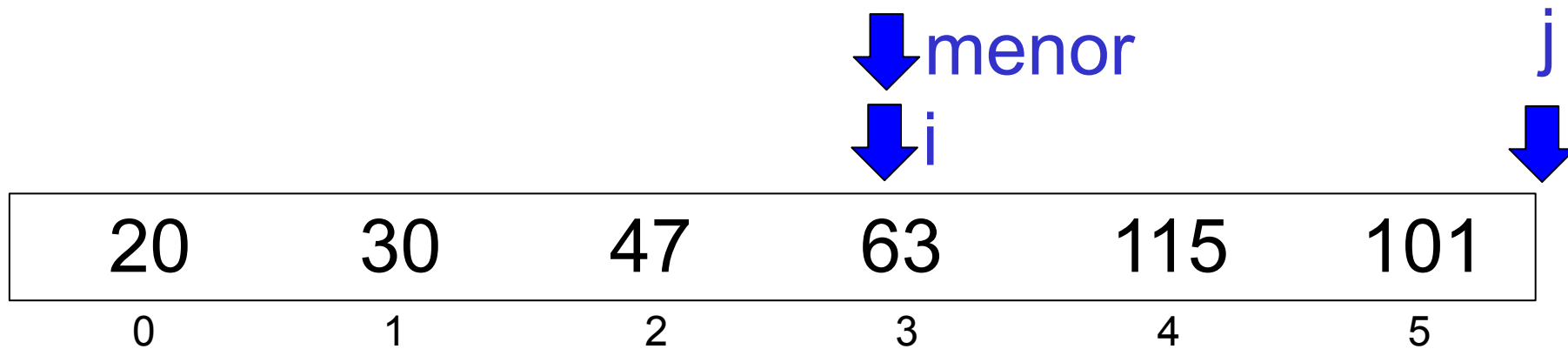
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

false: $6 < 6$



Algoritmo em C *like*


```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

↓ menor
↓ i

20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

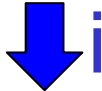


20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $4 < 5$



20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

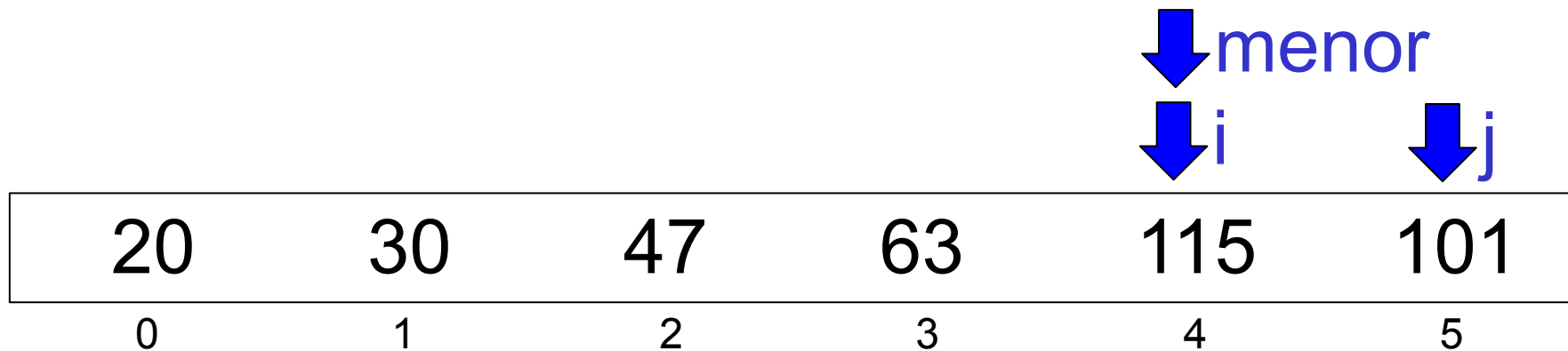
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

↓ menor
↓ i

20	30	47	63	115	101
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C *like*

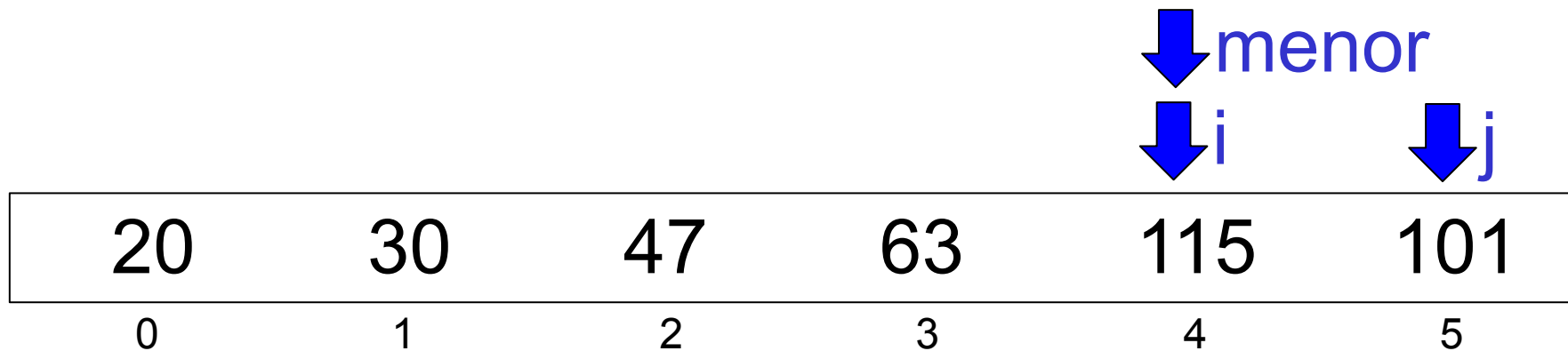
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

true: $5 < 6$

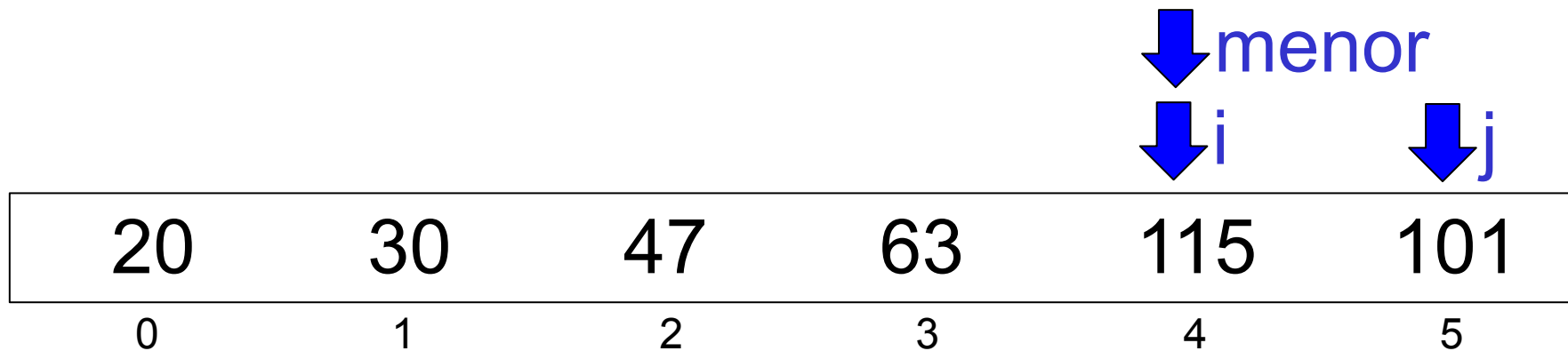


Algoritmo em C *like*

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

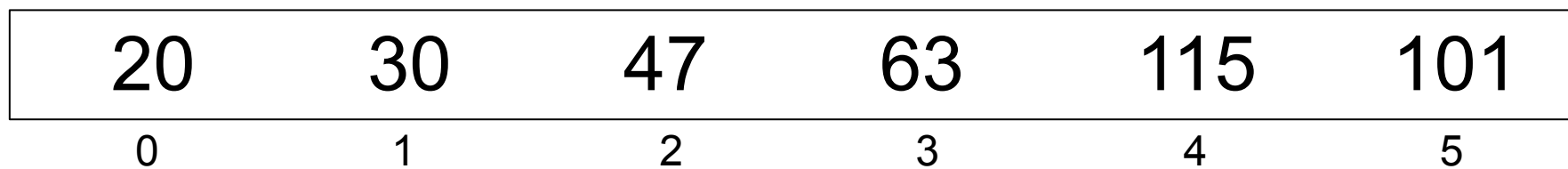
true: $115 > 101$



Algoritmo em C *like*

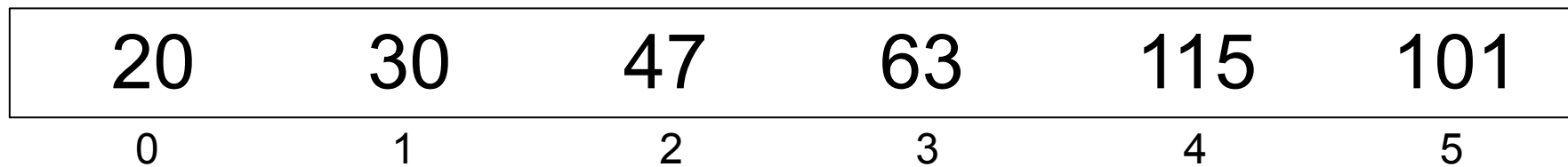
```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```



Algoritmo em C *like*

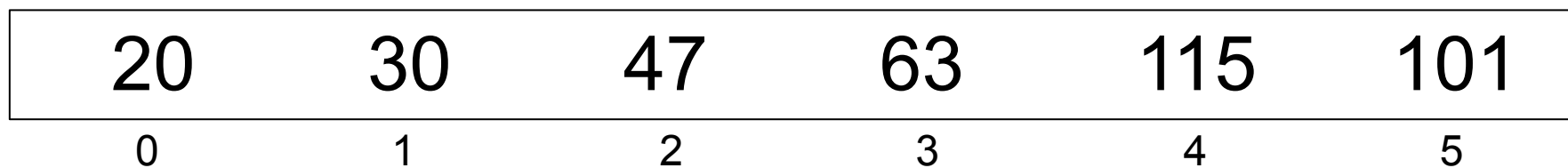
```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

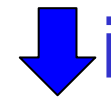
false: $6 < 6$



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

20	30	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5




menor



Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```




20	30	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5

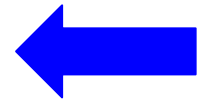
Algoritmo em C *like*

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
```

false: $5 < 5$

					 i
20	30	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5

- Introdução sobre Ordenação Interna
- Funcionamento básico
- Algoritmo em C *like*
- **Análise dos número de movimentações e comparações**
- Conclusão



Análise do Número de Movimentações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

Quantas
movimentações
(entre elementos
do *array*) são
realizadas?

Análise do Número de Movimentações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++) {  
        if (array[menor] > array[j]) {  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

Quantas movimentações (entre elementos do *array*) são realizadas?

Análise do Número de Movimentações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++) {  
        if (array[menor] > array[j]) {  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

O laço externo realiza $(n - 1)$ trocas, ou seja, $3(n - 1)$ movimentações

Quantas movimentações (entre elementos do *array*) são realizadas?

$$M(n) = 3(n - 1)$$

Exercício Resolvido (1)

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

Faça com que
nosso código
conte o número de
movimentações.

Exercício Resolvido (1)

```
int mov = 0;
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
    mov += 3;
}
System.out.println("Prática:" + mov);
System.out.println("Teoria:" + (3*n-3));
```

Faça com que
nosso código
conte o número de
movimentações?

Análise do Número de Comparações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

Quantas
comparações
(entre elementos
do *array*) são
realizadas?

Análise do Número de Comparações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

Quantas
comparações
(entre elementos
do *array*) são
realizadas?

Temos somente um comando
de comparação

Análise do Número de Comparações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
```

```
    int menor = i;
```

```
    for (int j = (i + 1); j < n; j++) {
```

```
        if (array[j] < array[menor])
```

```
            menor = j;
```

```
    }
```

```
}
```

```
    swap(array[i], array[menor]);
```

```
}
```

i	#cmp $n - (i+1)$	
0	$n - (0+1)$	$(n-1)$
1	$n - (1+1)$	$(n-2)$
2	$n - (2+1)$	$(n-3)$
3	$n - (3+1)$	$(n-4)$
4	$n - (4+1)$	$(n-5)$
...		
$(n-4)$	$n - ((n-4)+1)$	$n - n + 4 - 1 = 3$
$(n-3)$	$n - ((n-3)+1)$	$n - n + 3 - 1 = 2$
$(n-2)$	$n - (n-2)+1)$	$n - n + 2 - 1 = 1$

Temos sempre
de comparações

quantas
comparações
entre elementos
array) são
realizadas?

Análise do Número de Comparações

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    swap(menor, i);  
}
```

Executamos o laço interno
 $(n - (i + 1))$ vezes

Ou seja, $(n - i - 1)$ vezes

Análise do Número de Comparações

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

Executamos o laço interno
($n - (i + 1)$) vezes

Ou seja, ($n - i - 1$) vezes

Exemplo: $n = 5$

Para $i = 0$, os valores de j serão 1, 2, 3 e 4 $(5 - 0 - 1) = 4$ vezes

Para $i = 1$, os valores de j serão 2, 3 e 4 $(5 - 1 - 1) = 3$ vezes

Para $i = 2$, os valores de j serão 3 e 4 $(5 - 2 - 1) = 2$ vezes

Para $i = 3$, o valor de j será 4 $(5 - 3 - 1) = 1$ vez

Análise do Número de Comparações

```

for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {
    int menor = i;
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){
        if (array[menor] > array[j]){
            menor = j;
        }
    }
    swap(menor, i);
}
    
```

Executamos o laço interno
($n - (i + 1)$) vezes

Ou seja, ($n - i - 1$) vezes

i	0	1	2	3	...	n-2
c(i) = (n - (i+1))	n-1	n-2	n-3	n-4	...	1

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i - 1)$$

Análise do Número de Comparações

- Como o laço interno é executado $(n - i - 1)$ vezes e o externo $(n - 1)$ vezes, logo:

$$C(n) = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} = \Theta(n^2)$$

Análise do Número de Comparações

- Como o laço interno é executado $(n - i - 1)$ vezes e o externo $(n - 1)$ vezes, logo:

$$C(n) =$$

Resolução de somatórios



Análise do Número de Comparações

- Sendo,

$$C(n) = (n - 1) + (n - 2) + (n - 3) + \dots + 1$$

- Podemos colocar da forma abaixo?

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-1} (n - i - 1)$$

- E assim?

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} (n - i - 1)$$

Análise do Número de Comparações

- Na Unidade de Somatórios, vamos aprender que:

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} (n - i - 1) = \sum_{i=0}^{n-2} (n) - \sum_{i=0}^{n-2} (i) - \sum_{i=0}^{n-2} (1)$$

Análise do Número de Comparações

- Agora, podemos fazer as duas substituições abaixo, certo?

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} (n - i - 1) = \sum_{i=0}^{n-2} (n) - \sum_{i=0}^{n-2} (i) - \sum_{i=0}^{n-2} (1)$$

$n * (n-1)$
 $- (n-1)$

Análise do Número de Comparações

- Agora, podemos fazer as duas substituições abaixo, certo?

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} (n - i - 1) = \sum_{i=0}^{n-2} (n) - \sum_{i=0}^{n-2} (i) - \sum_{i=0}^{n-2} (1)$$

$n * (n-1)$
 $- (n-1)$

- Logo:

$$C(n) = (n - 1)(n) - (n - 1) - \sum_{i=0}^{n-2} (i)$$

Análise do Número de Comparações

- Perturbando o somatório, podemos fazer:

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=0}^{n-2} (i)$$

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} (i-1)$$

Análise do Número de Comparações

- Separando o “i” e “-1” em dois somatórios, temos:

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} (i-1)$$

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} (i) + \sum_{i=1}^{n-1} (1)$$

Análise do Número de Comparações

- Resolvendo o segundo somatório, temos:

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} (i) + \sum_{i=1}^{n-1} (1)$$

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} (i) + (n-1)$$

Análise do Número de Comparações

- Simplificando – $(n-1) + (n-1)$, temos:

$$C(n) = (n-1)(n) - (n-1) - \sum_{i=1}^{n-1} (i) + (n-1)$$

$$C(n) = (n-1)(n) - \sum_{i=1}^{n-1} (i)$$

Análise do Número de Comparações

- Na unidade sobre Somatórios, vamos aprender:

$$\sum_{i=1}^{n-1} (i) = 1 + 2 + \dots + (n-1) = \frac{(n-1)(n)}{2}$$

- Assim:

$$C(n) = (n-1)(n) - \sum_{i=1}^{n-1} (i) = (n-1)(n) - \frac{(n-1)(n)}{2}$$


Análise do Número de Comparações

- Simplificando, temos:

$$C(n) = (n-1)(n) - \frac{(n-1)(n)}{2} = \frac{(n-1)(n)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$

- Finalmente:

$$C(n) = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} = \Theta(n^2)$$

- Introdução sobre Ordenação Interna
- Funcionamento básico
- Algoritmo em C *like*
- Análise dos número de movimentações e comparações
- **Conclusão** 

Conclusão

- Vantagem: o número de movimentações é linear e isso é interessante quando os registros são "grandes"
- Desvantagens:
 - $\Theta(n^2)$ comparações
 - Não há melhor caso
 - Algoritmo não Estável

Exercício (1)

- Mostre todas as comparações e movimentações do algoritmo anterior para o *array* abaixo:

12	4	8	2	14	17	6	18	10	16	15	5	13	9	1	11	7	3
----	---	---	---	----	----	---	----	----	----	----	---	----	---	---	----	---	---

Exercício (2)

- Execute a versão abaixo do Seleção para *arrays* gerados aleatoriamente. Em seguida, discuta sobre os números de comparações inseridas e movimentações evitadas pela nova versão do algoritmo

```
for (int i = 0; i < (n - 1); i++) {  
    int menor = i;  
    for (int j = (i + 1); j < n; j++){  
        if (array[menor] > array[j]){  
            menor = j;  
        }  
    }  
    if (menor != i){  
        swap(menor, i);  
    }  
}
```

Exercício (3)

- Contabilize os números de comparações e movimentações entre elementos do *array*; calcule os valores teóricos para as duas métricas; e contabilize o tempo de execução. Em seguida, para os códigos em Java e C, gere *arrays* aleatórios (*seed* 0) com tamanhos 100, 1000 e 10000. Para cada instância (variação de linguagem e tamanho de vetor), faça 33 execuções. Faça um gráfico para os valores médios de cada métrica avaliada (comparações, movimentações e tempo de execução) variando o tamanho do *array*. Nos gráficos de comparações e movimentações, mostre também os resultados teóricos. Cada gráfico terá uma curva para cada linguagem. Interprete os resultados obtidos. Repita o processo para *arrays* gerados de forma crescente e decrescente.