

Unidade III:

Ordenação Interna - Algoritmo de Inserção



PUC Minas

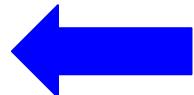
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Departamento de Ciência da Computação

Agenda

- Funcionamento básico
- Algoritmo em C like
- Análise dos número de comparações e movimentações
- Conclusão

Agenda

- **Funcionamento básico**



- Algoritmo em C like
- Análise dos número de comparações e movimentações
- Conclusão

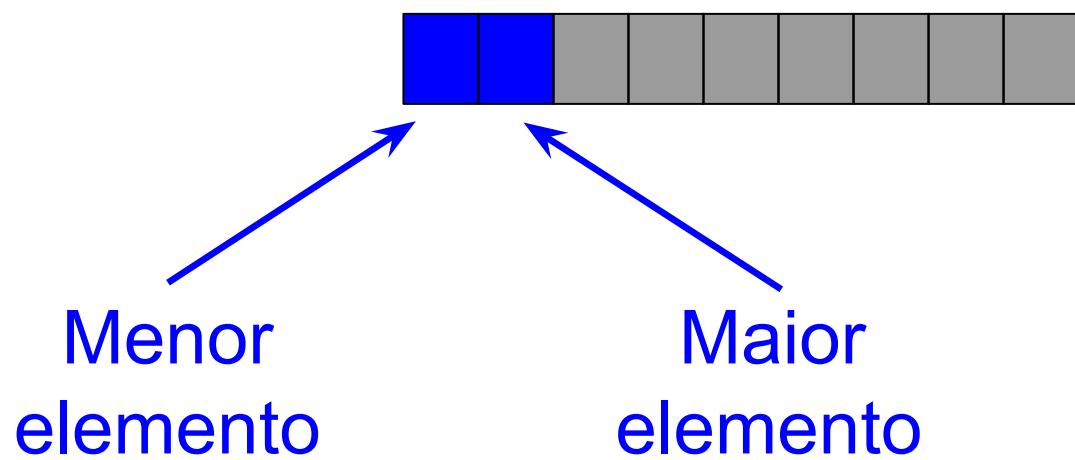
Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



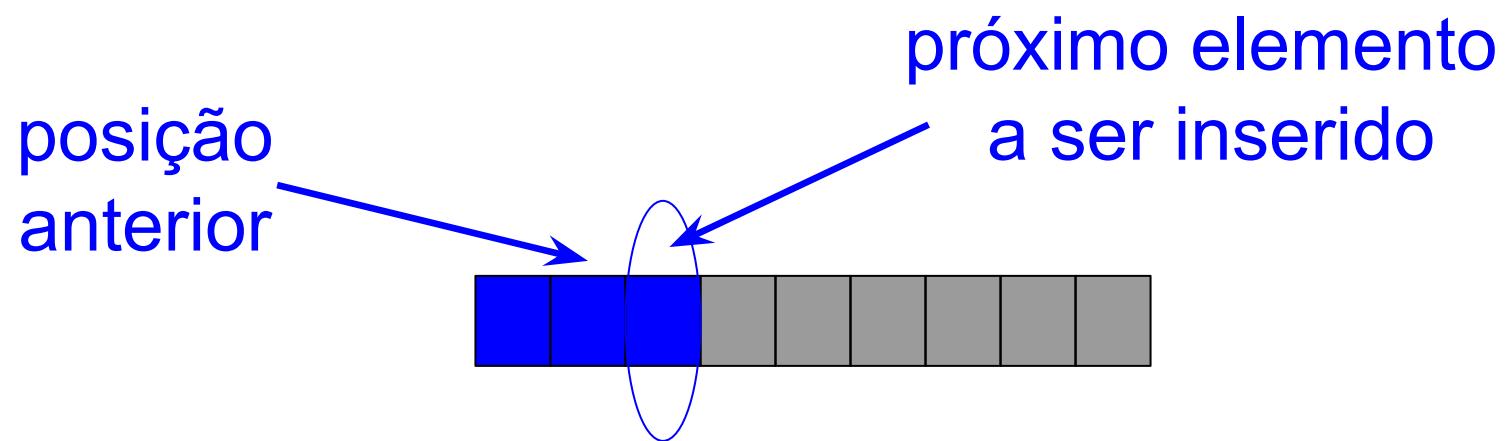
Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



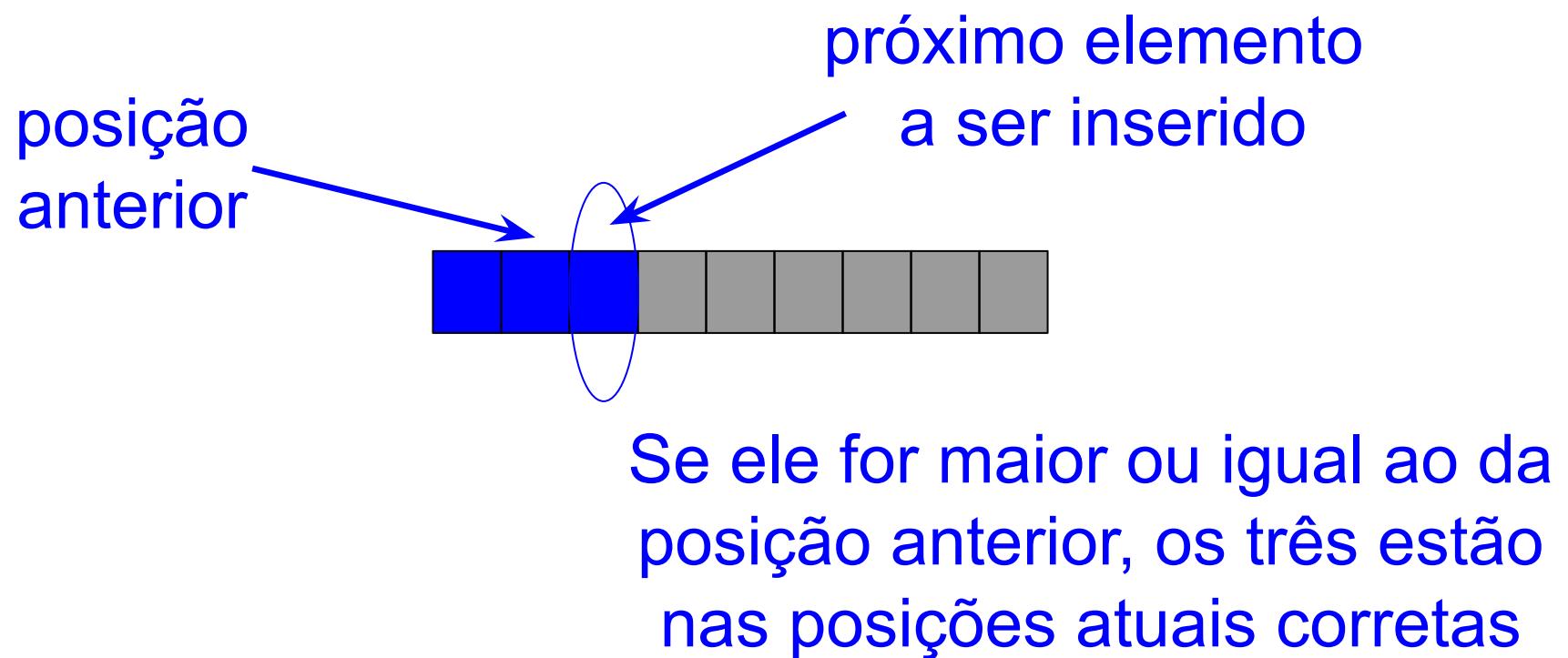
Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



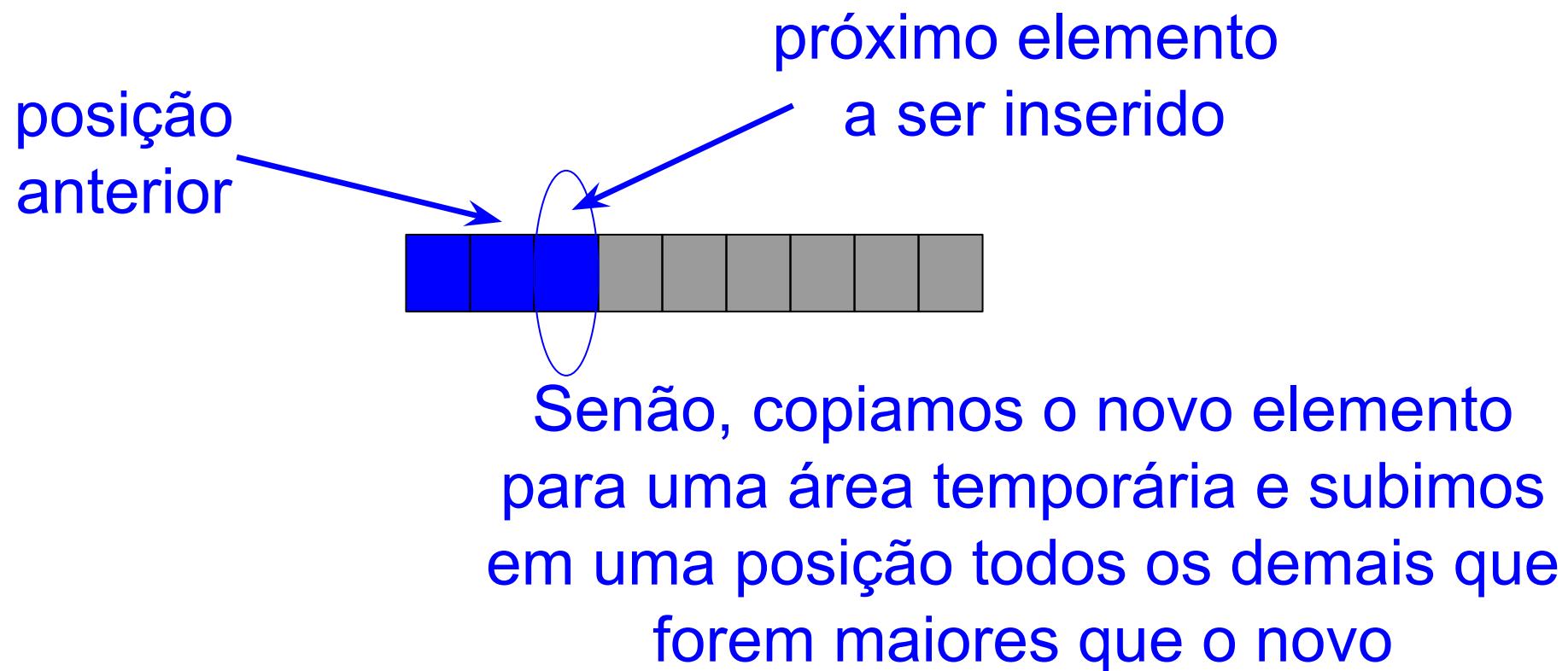
Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



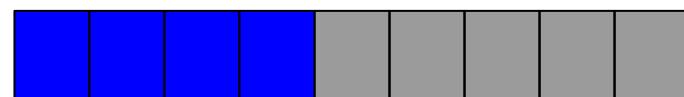
Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Funcionamento Básico

- Temos duas sequências (a ordenada e a ordenar) e, em cada passo, aumentamos a ordenada com um elemento que deve ser inserido em sua posição correta (ordenada)



Exemplo

101 115 30 63 47 20

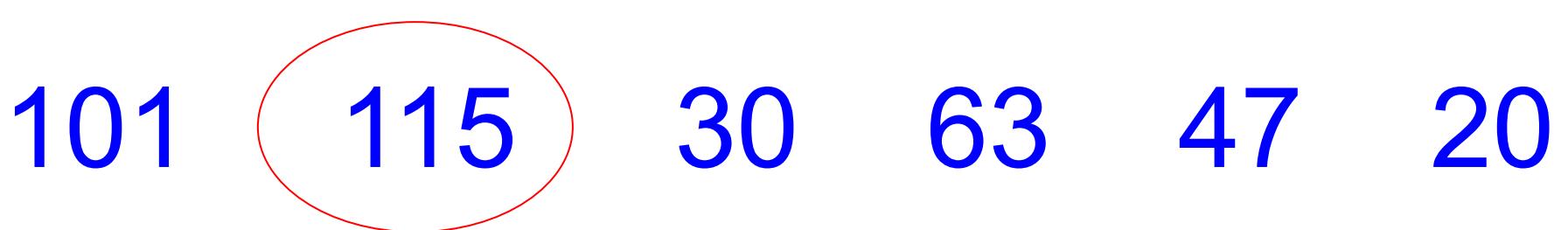
Exemplo



101 115 30 63 47 20

Inicialmente, temos um elemento,
logo, ele está na posição correta

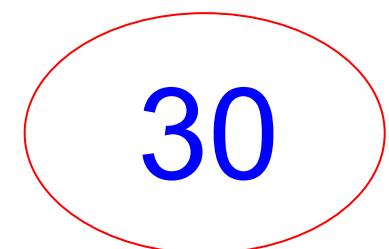
Exemplo



Comparamos o 101 e 115 e,
como o novo elemento é o
maior, os dois estão em ordem

Exemplo

101 115 30 63 47 20



Comparamos o 115 e 30 e, como o novo elemento é o menor, vamos procurar sua posição na lista ordenada

Exemplo

30

variável
temporária

101 115 30 63 47 20

Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 30

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 30

Exemplo

30

variável
temporária

101 115 63 47 20

Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 30

Exemplo



Encontramos a
posição do 30

Exemplo

30 101 115 63 47 20

Encontramos a
posição do 30

Exemplo

30 101 115 **63** 47 20

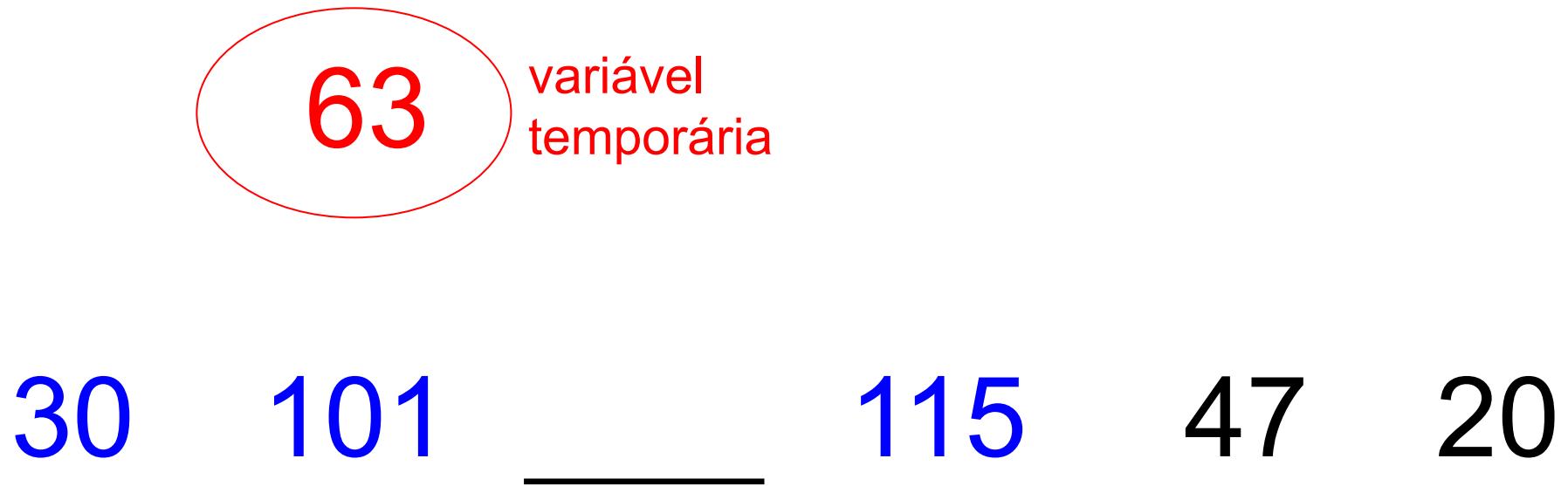
Comparamos o 115 e 63 e, como o novo elemento é o menor, vamos procurar sua posição na lista ordenada

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 63

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 63

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 63

Exemplo



Encontramos a
posição do 63

Exemplo

30 63 101 115 47 20

Encontramos a
posição do 63

Exemplo

30 63 101 115 **47** 20

Comparamos o 115 e 47 e, como o novo elemento é o menor, vamos procurar sua posição na lista ordenada

Exemplo

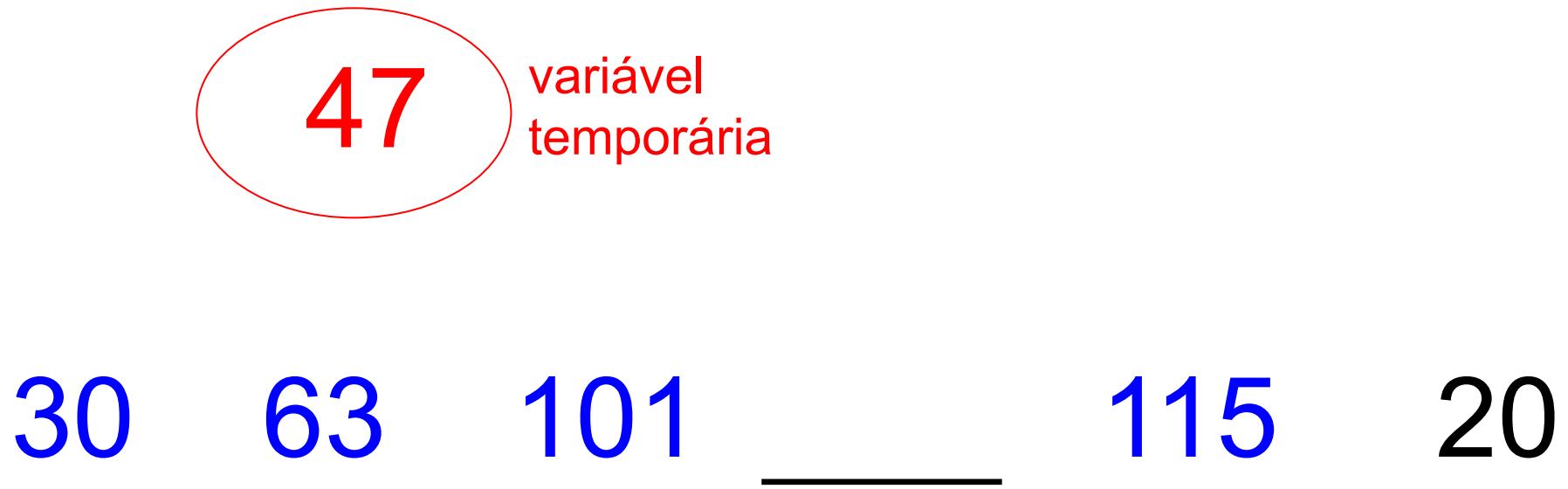
47

variável
temporária

30 63 101 115 20

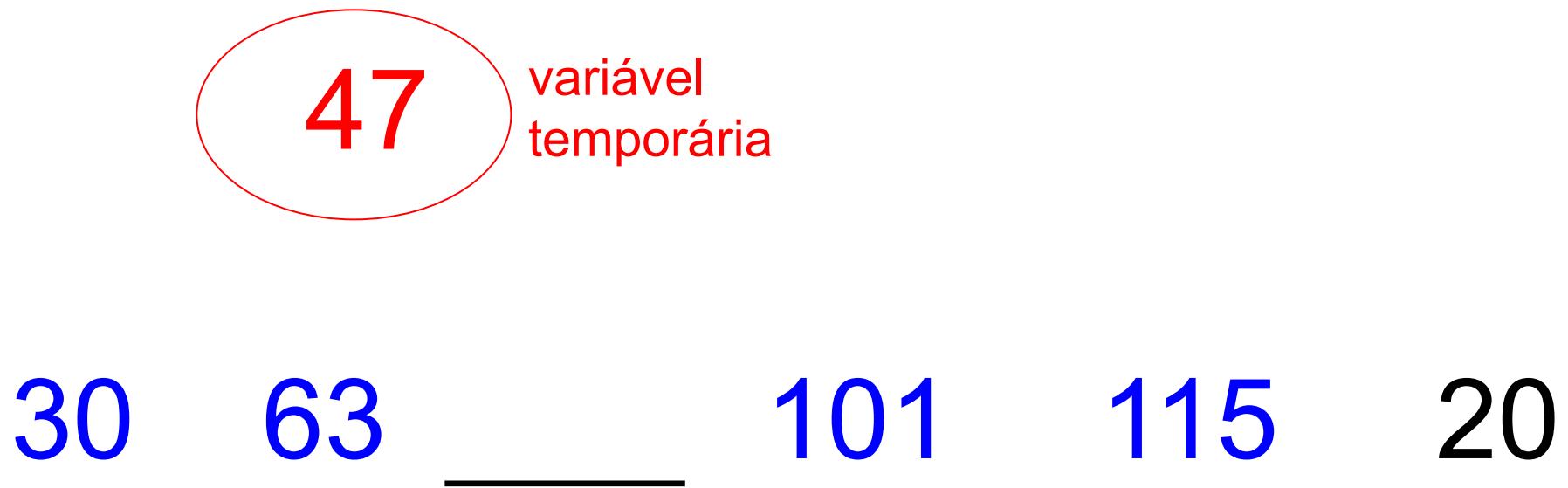
Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 47

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 47

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 47

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 47

Exemplo



Encontramos a
posição do 47

Exemplo

30 47 63 101 115 20

Encontramos a
posição do 47

Exemplo

30 47 63 101 115 **20**

Comparamos o 115 e 20 e, como o novo elemento é o menor, vamos procurar sua posição na lista ordenada

Exemplo

20

variável
temporária

30 47 63 101 115

Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 20

Exemplo

20

variável
temporária

30 47 63 101 115

Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 20

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 20

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 20

Exemplo



Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 20

Exemplo

20

variável
temporária

30 47 63 101 115

Enquanto procuramos,
deslocamos os elementos
maiores que o 20

Exemplo



Encontramos a
posição do 20

Exemplo

20 30 47 63 101 115

Encontramos a
posição do 20

Agenda

- Funcionamento básico
- **Algoritmo em C like** 
- Análise dos número de comparações e movimentações
- Conclusão

Exercício Resolvido (1)

- Uma dúvida básica sobre o operador AND pode prejudicar a compreensão do nosso algoritmo. Assim, o que será escrito na tela pelo programa abaixo?

```
class ExercicioDuvidaAND {  
    public static boolean m1(){  
        System.out.println("m1");  
        return false;  
    }  
    public static boolean m2(){  
        System.out.println("m2");  
        return true;  
    }  
    public static void main (String[] args) {  
        System.out.println("inicio");  
        boolean and = m1() && m2();  
        System.out.println("fim: " + and);  
    }  
}
```

Exercício Resolvido (1)

- Uma dúvida básica sobre o operador AND pode prejudicar a compreensão do nosso algoritmo. Assim, o que será escrito na tela pelo programa abaixo?

```
class ExercicioDuvidaAND {  
    public static boolean m1(){  
        System.out.println("m1");  
        return false;  
    }  
    public static boolean m2(){  
        System.out.println("m2");  
        return true;  
    }  
    public static void main (String[] args) {  
        System.out.println("inicio");  
        boolean and = m1() && m2();  
        System.out.println("fim: " + and);  
    }  
}
```



TELA

inicio
m1
fim: false

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j]; // Deslocamento  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

1

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

(Obs.1): i começa com 1, pois quando temos um elemento, nosso conjunto está ordenado

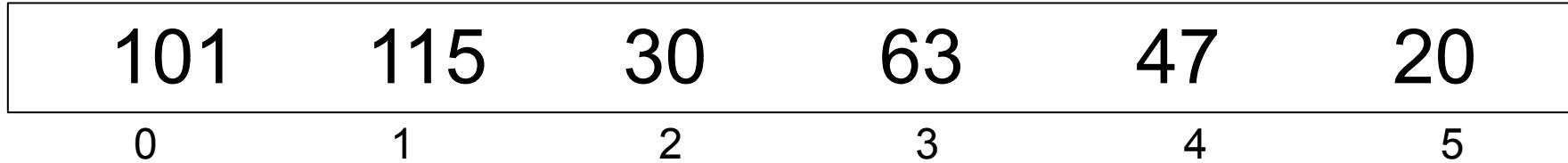
101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

2

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

(Obs.2): i aponta para o elemento a ser inserido no conjunto ordenado



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    3 int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

(Obs.3): j começa na maior posição do conjunto já ordenado e, no laço interno, ele é decrementado

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    4 → while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

(Obs.4): O laço interno faz duas tarefas: i) procura a posição de inserção do novo elemento; e ii) desloca os elementos maiores que o novo elemento

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

(Obs.5): A primeira cláusula do laço interno serve apenas para não acessarmos posições negativas na segunda cláusula

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

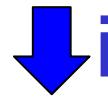
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

(Obs.6): Neste ponto, inserimos o novo elemento na posição correta

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

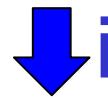
 i

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $1 < 6$



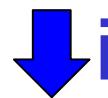
101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

115

tmp



101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

115

tmp

j

i

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

false: $0 \geq 0 \ \&\& \ 101 > 115$

115
tmp

j

i

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

115

tmp

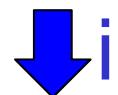
j

i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

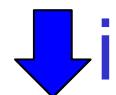


101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $2 < 6$



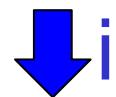
101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

30

tmp



101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

30

tmp

↓ j ↓ i

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $1 \geq 0 \ \&\& \ 115 > 30$

30

tmp

↓ j ↓ i

101	115	30	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

30

tmp

↓ j ↓ i

101	115	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

30

tmp

j

i

101	115	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $0 \geq 0 \ \&\& \ 101 > 30$

30

tmp

↓ j

↓ i

101	115	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

30

tmp

j

i

101	101	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

30

tmp

↓ j

↓ i

101	101	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```

for (int i = 1; i < n; i++) {
    int tmp = array[i];
    int j = i - 1;
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){
        array[j + 1] = array[j];
        j--;
    }
    array[j + 1] = tmp;
}

```

Quando a 1^a cláusula é false,
o AND não executa a segunda

false: $-1 \geq 0$ &&   



30

tmp

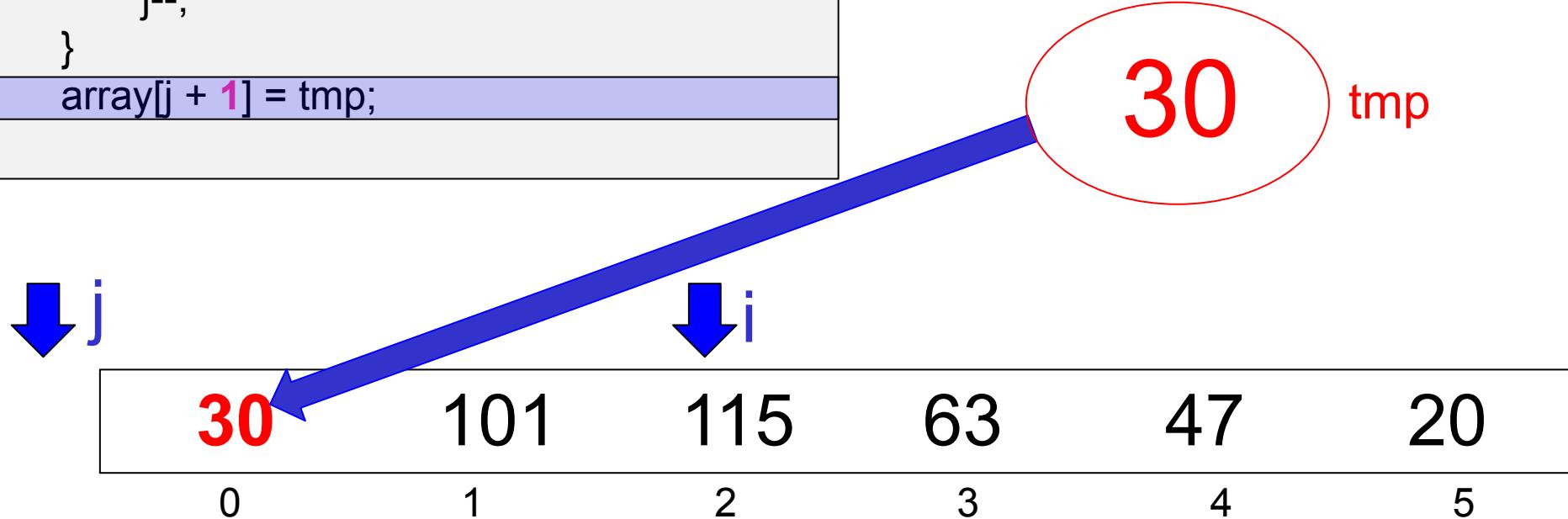
↓ j

↓ i

101	101	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

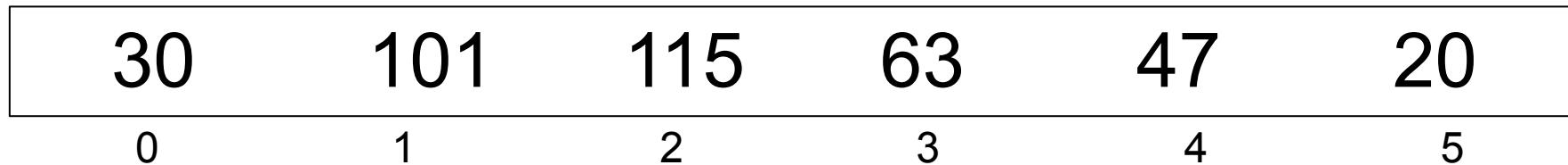
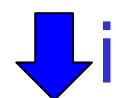
Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```



Algoritmo em C like

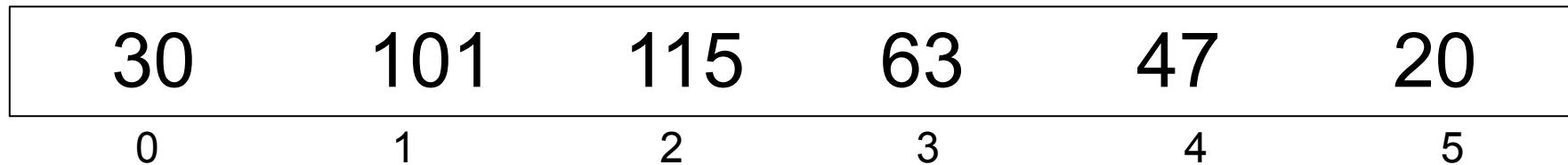
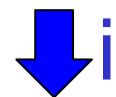
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $3 < 6$

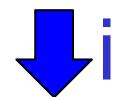


Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

tmp



30	101	115	63	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

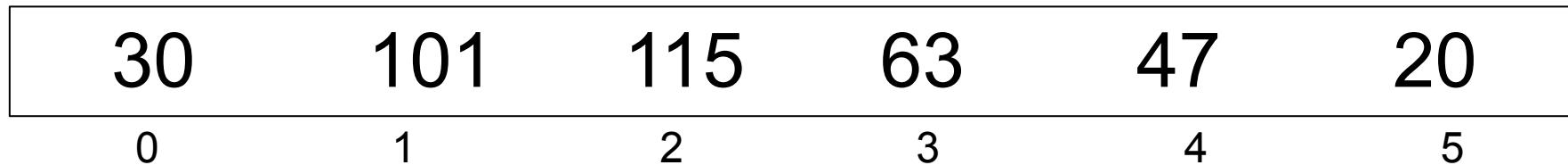
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

tmp

j

i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

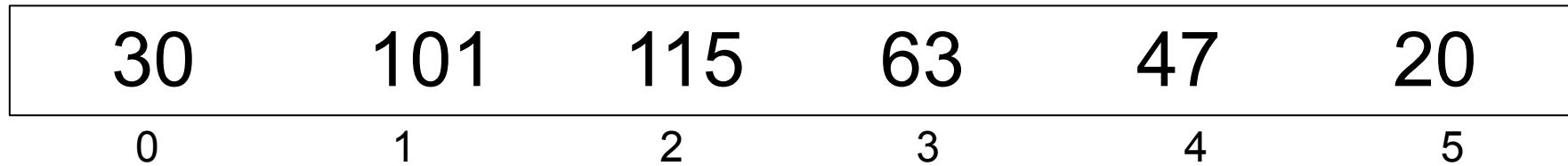
true: $2 \geq 0 \ \&\& \ 115 > 63$

63

tmp

↓
j

↓
i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

tmp

j

i

30	101	115	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

tmp

↓
j↓
i

30	101	115	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $1 \geq 0 \ \&\& \ 101 > 63$

63

tmp

↓
j

↓
i

30	101	115	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

tmp

↓
j↓
i

30	101	101	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

tmp

j

i

30	101	101	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

false: $0 \geq 0 \ \&\& \ 30 > 63$

63

tmp

↓
j

↓
i

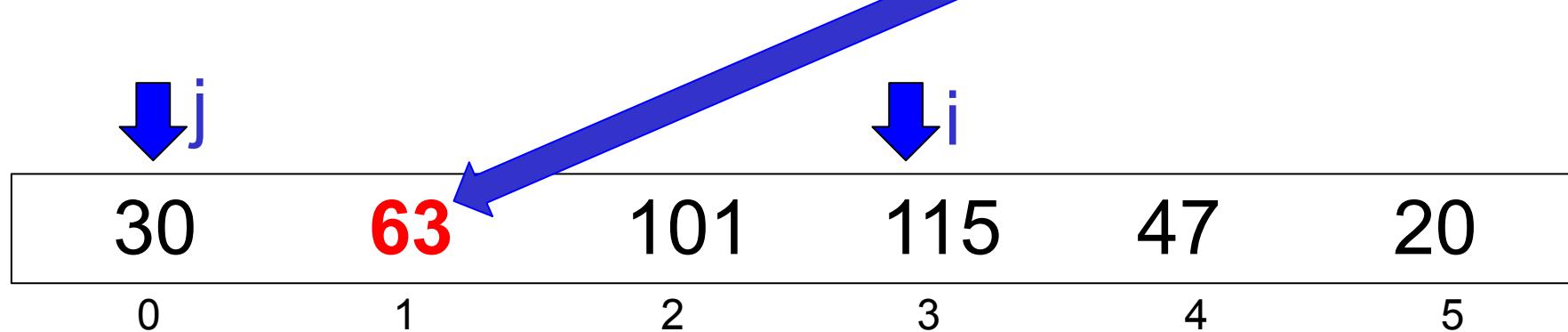
30	101	101	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

63

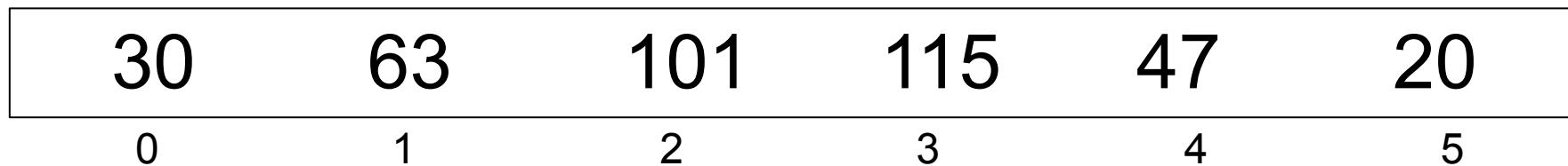
tmp



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

↓ i

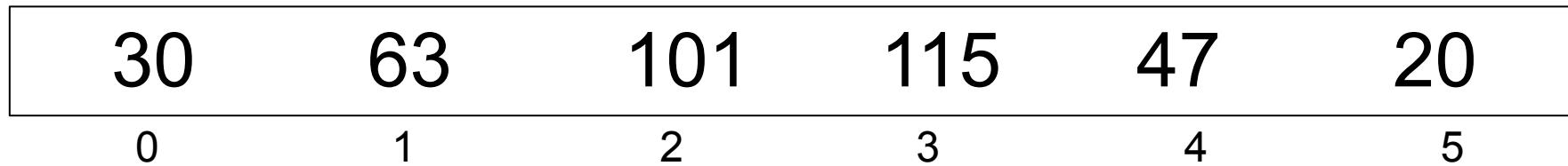


Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $4 < 6$

↓ i

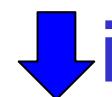


Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```



47
tmp



i

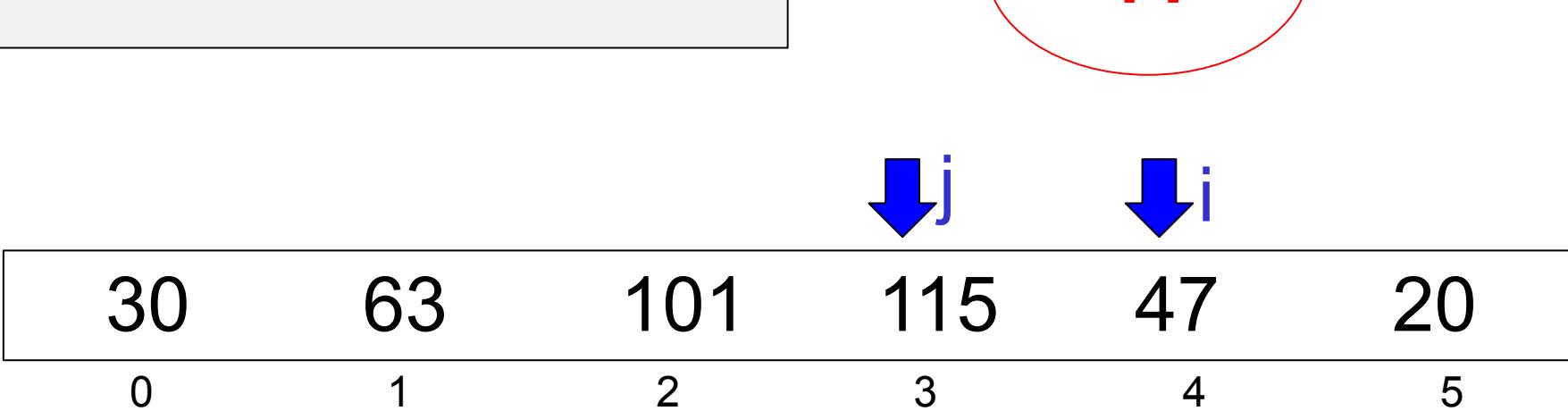
30	63	101	115	47	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47

tmp



j i

30

63

101

115

47

20

0

1

2

3

4

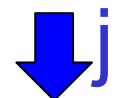
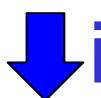
5

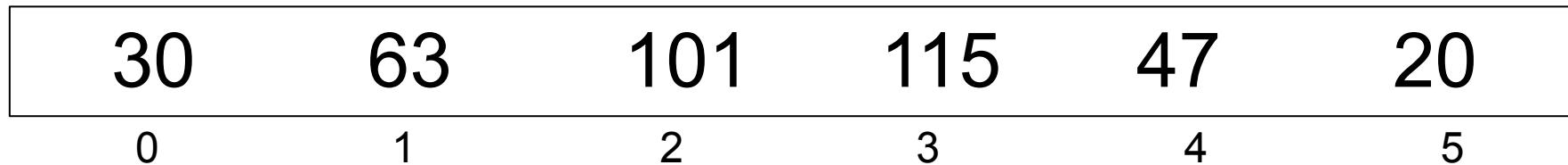
Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $3 \geq 0 \ \&\& \ 115 > 47$



 j  i

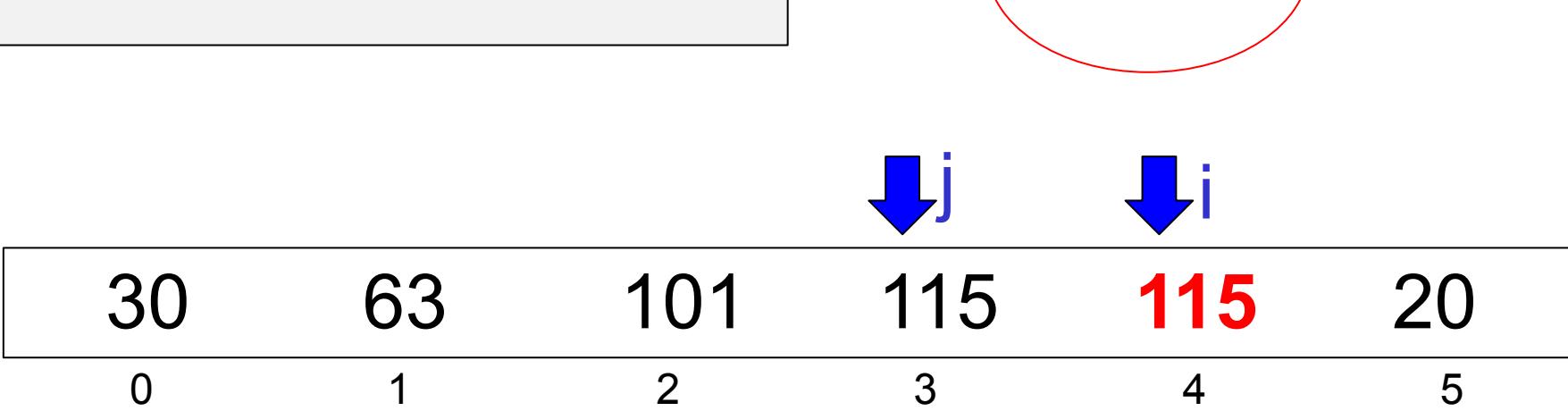


Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47

tmp


j i

30

63

101

115

115

20

0

1

2

3

4

5

Algoritmo em C like

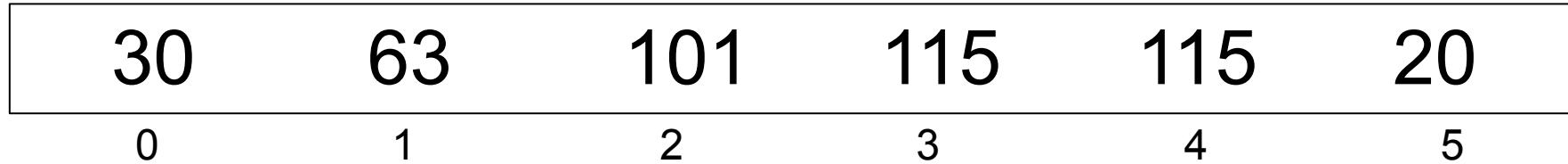
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47

tmp

j

i



Algoritmo em C like

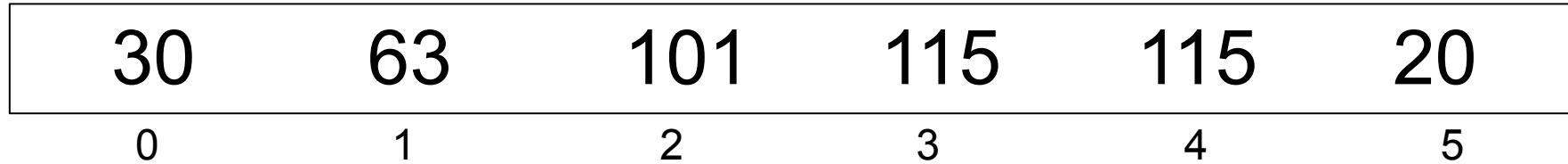
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $2 \geq 0 \ \&\& \ 101 > 47$



↓
j

↓
i



Algoritmo em C like

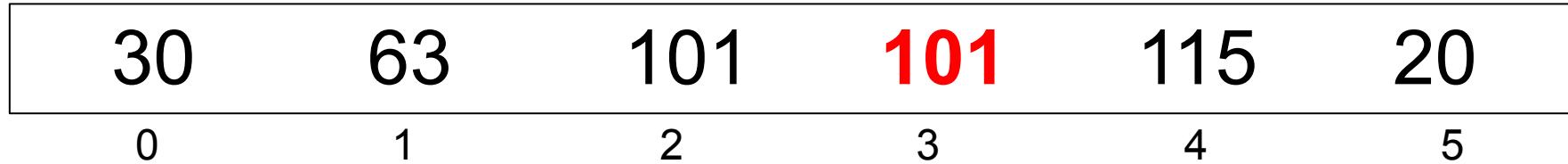
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47

tmp

j

i



Algoritmo em C like

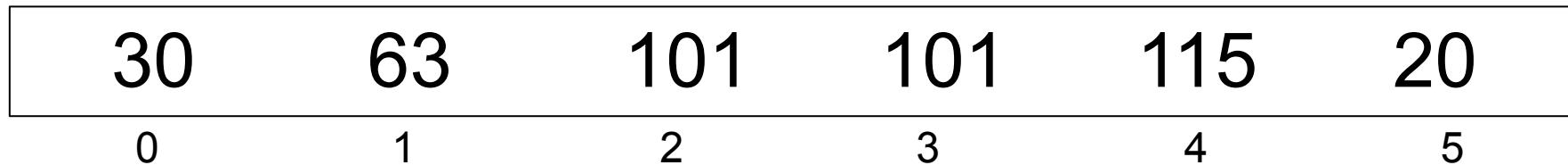
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47

tmp

↓ j

↓ i



Algoritmo em C like

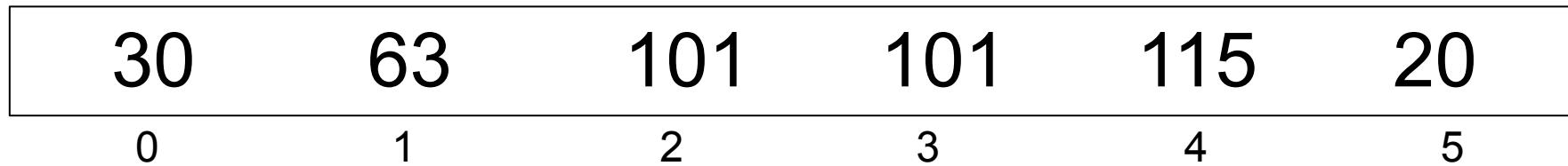
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $1 \geq 0 \ \&\& \ 63 > 47$



↓ j

↓ i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47
tmp

↓
j

↓
i

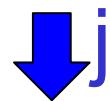
30	63	63	101	115	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

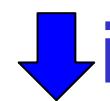
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```



47 tmp



j



i

30	63	63	101	115	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

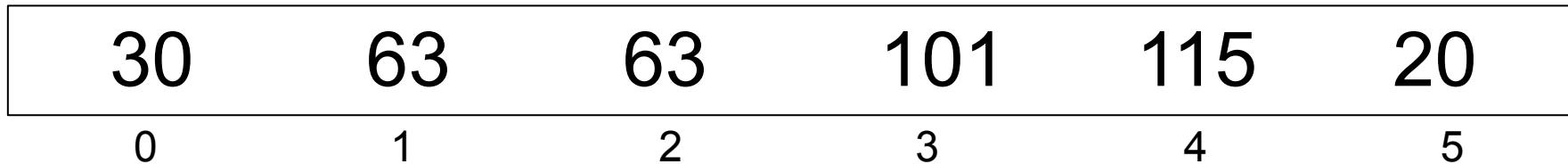
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

false: $0 \geq 0 \ \&\& \ 30 > 47$



↓
j

↓
i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

47

tmp

j

i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

↓ i

30	47	63	101	115	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $5 < 6$

↓ i

30	47	63	101	115	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓ i

30	47	63	101	115	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20
tmp

j
i

30	47	63	101	115	20
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

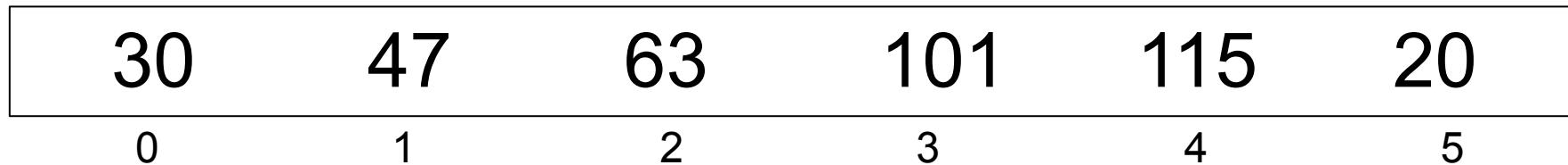
true: $4 \geq 0 \ \&\& \ 115 > 20$

20

tmp

↓
j

↓
i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

j

i

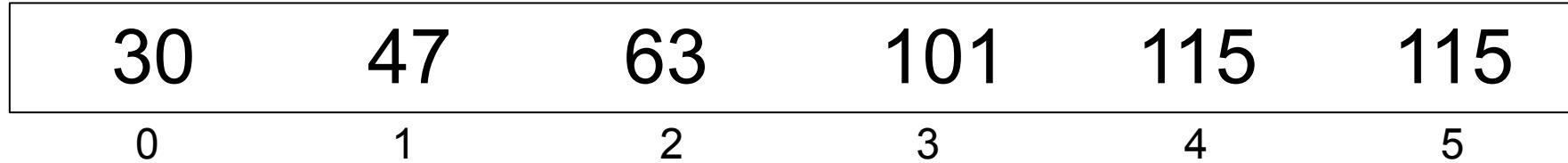


Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓
j↓
i

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

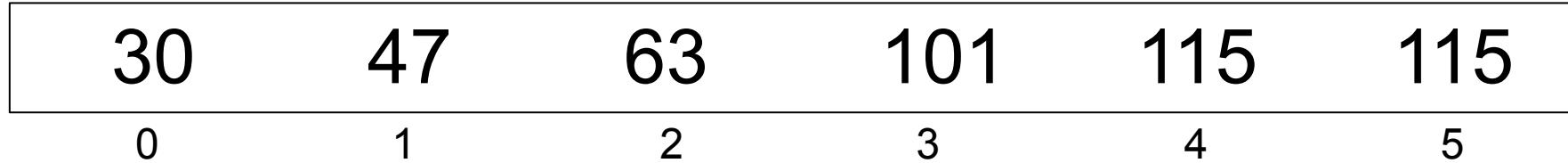
true: $3 \geq 0 \ \&\& \ 101 > 20$

20

tmp

↓
j

↓
i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓
j↓
i

30	47	63	101	101	115
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

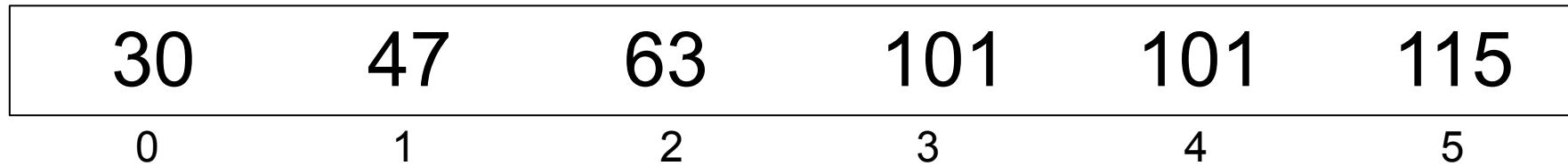
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓ j

↓ i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $2 \geq 0 \ \&\& \ 63 > 20$

20

tmp

↓
j

↓
i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

j

i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓ j

↓ i

30	47	63	63	101	115
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $1 \geq 0 \ \&\& \ 47 > 20$

20

tmp

↓
j

↓
i

30	47	63	63	101	115
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

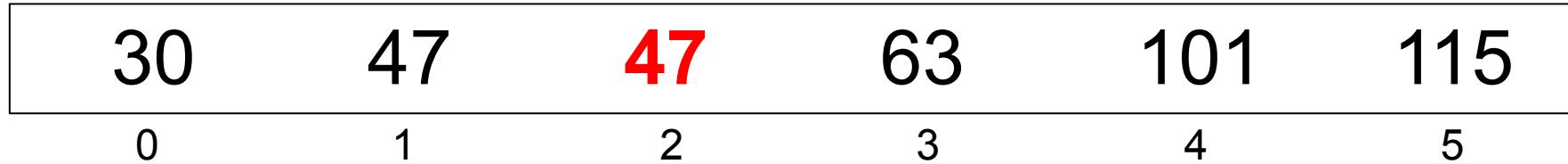
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓ j

↓ i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓ j

↓ i

30	47	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

true: $0 \geq 0 \ \&\& \ 30 > 20$

20

tmp

↓
j

↓
i

30	47	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

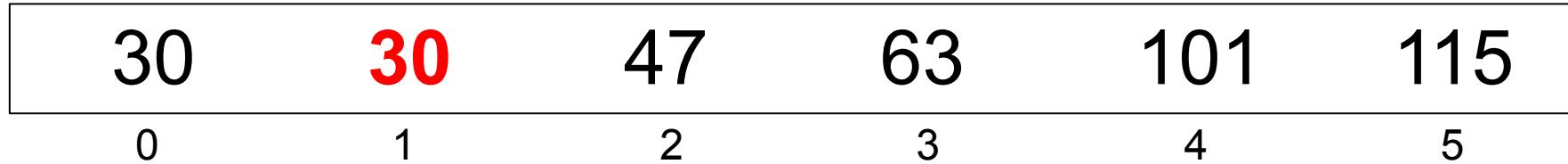
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

↓ j

↓ i



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

20

tmp

j

i

30	30	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5

Algoritmo em C like

```

for (int i = 1; i < n; i++) {
    int tmp = array[i];
    int j = i - 1;
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){
        array[j + 1] = array[j];
        j--;
    }
    array[j + 1] = tmp;
}

```

false: $-1 \geq 0$ &&   



20

tmp

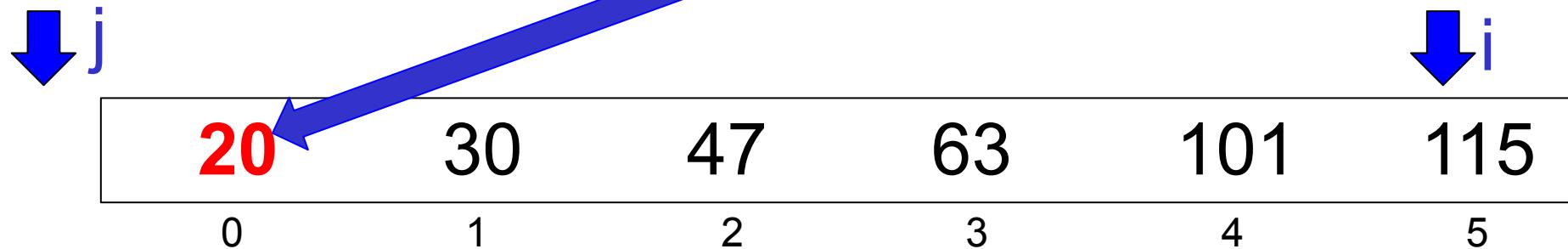
j

i

30	30	47	63	101	115
0	1	2	3	4	5

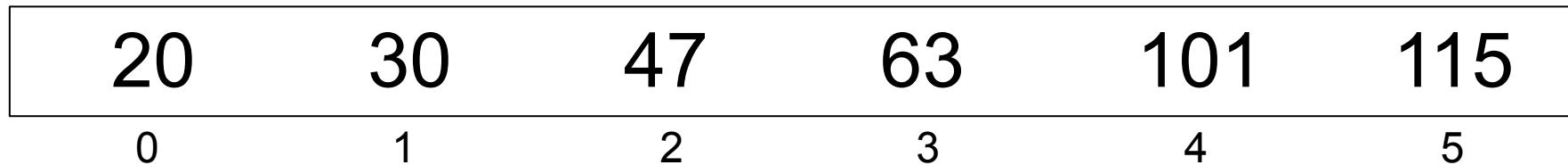
Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```



Algoritmo em C like

```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

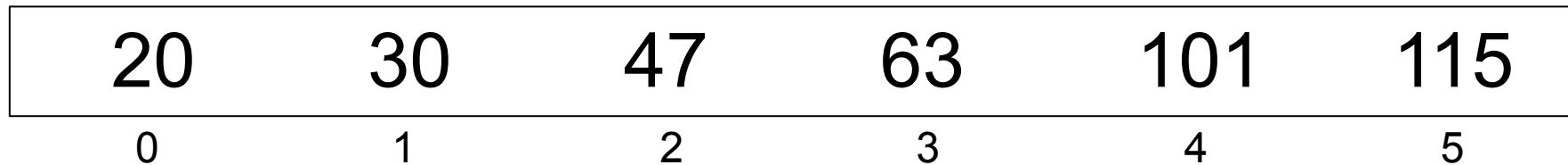
 i

Algoritmo em C like

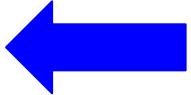
```
for (int i = 1; i < n; i++) {  
    int tmp = array[i];  
    int j = i - 1;  
    while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
        array[j + 1] = array[j];  
        j--;  
    }  
    array[j + 1] = tmp;  
}
```

false: $6 < 6$

↓ i



Agenda

- Funcionamento básico
- Algoritmo em C like
- **Análise dos número de comparações e movimentações** 
- Conclusão

Exercício Resolvido (1)

- Mostre todas as comparações entre elementos do *array* para os *arrays* abaixo

a)

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

b)

6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

Exercício Resolvido (1)

- Mostre todas as comparações entre elementos do *array* para os *arrays* abaixo

a)

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$1 \leftrightarrow 2$

$2 \leftrightarrow 3$

$3 \leftrightarrow 4$

$4 \leftrightarrow 5$

$5 \leftrightarrow 6$

Exercício Resolvido (1)

- Mostre todas as comparações entre elementos do *array* para os *arrays* abaixo

b)

6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

$6 \leftrightarrow 5$

5	6	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

$6 \leftrightarrow 4$

$5 \leftrightarrow 4$

4	5	6	3	2	1
---	---	---	---	---	---

...

Análise do Número de Comparações

• Melhor caso:

- Efetuamos uma comparação em cada iteração do laço externo
- Repetimos o laço externo $(n - 1)$ vezes
- $C(n) = (n - 1) = \Theta(n)$

```
1: for (int i = 1; i < n; i++) {  
2:     int tmp = array[i];  
3:     int j = i - 1;  
4:     while ( (j >= 0) && (array[i] > tmp) ){  
5:         array[j + 1] = array[j];  
6:         j--;  
7:     }  
8:     array[j + 1] = tmp;  
9: }
```



Análise do Número de Comparações

• Pior caso:

- Efetuamos i comparações em cada iteração do laço interno
- Repetimos o laço externo $(n - 1)$ vezes
- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2} = \Theta(n^2)$

```
1: for (int i = 1; i < n; i++) {  
2:     int tmp = array[i];  
3:     int j = i - 1;  
4:     while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
5:         array[j + 1] = array[j];  
6:         j--;  
7:     }  
8:     array[j + 1] = tmp;  
9: }
```

Análise do Número de Movimentações

- O Inserção movimenta elementos nas linhas 2, 5 e 8
- Número de movimentações no laço interno é o de comparações menos um
- Cada iteração do laço externo tem as movimentações do interno mais duas
- $M_i(n) = (C_i(n) - 1) + 2 \Rightarrow$

$$M_i(n) = C_i(n) + 1$$

```
1: for (int i = 1; i < n; i++) {  
2:     int tmp = array[i];  
3:     int j = i - 1;  
4:     while ( (j >= 0) && (array[j] > tmp) ){  
5:         array[j + 1] = array[j];  
6:         j--;  
7:     }  
8:     array[j + 1] = tmp;  
9: }
```



Análise do Número de Movimentações

• Sendo $M_i(n) = C_i(n) + 1$, no **melhor caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 1 + 1 + \dots + 1$, $n-1$ vezes = $(n-1)$
- $M(n) = 2 + 2 + 2 + \dots + 2$, $n-1$ vezes = $2(n-1) = \Theta(n)$

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$
- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + ((n-1)+1)$

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$

- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n) \Rightarrow$

$$M(n) = \frac{(1+1)}{2} + \frac{(2+1)}{3} + \frac{(3+1)}{4} + \dots + \frac{((n-1)+1)}{(n)}$$

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$

- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) \Rightarrow$

$$M(n) = (1+1) + (2+1) + (3+1) + \dots + ((n-1)+1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + \text{1 + 1 + 1 + \dots + 1$$

(n-1) vezes

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$

- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) \Rightarrow$

$$M(n) = (1+1) + (2+1) + (3+1) + \dots + ((n-1)+1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + (n-1)$$

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$

- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) \Rightarrow$

$$M(n) = (1+1) + (2+1) + (3+1) + \dots + ((n-1)+1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + (n-1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n - 1$$

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$

- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) \Rightarrow$

$$M(n) = (1+1) + (2+1) + (3+1) + \dots + ((n-1)+1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + (n-1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n - 1 \Rightarrow$$

$$M(n) = -1 + \sum_{0 \leq i \leq n} i$$

Análise do Número de Movimentações

- Sendo $M_I(n) = C_I(n) + 1$, no **pior caso**, temos:

- $C(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \sum_{0 \leq i \leq (n-1)} i = \frac{(n-1)*n}{2}$

- $M(n) = 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) \Rightarrow$

$$M(n) = (1+1) + (2+1) + (3+1) + \dots + ((n-1)+1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + (n-1) \Rightarrow$$

$$M(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n - 1 \Rightarrow$$

$$M(n) = -1 + \sum_{0 \leq i \leq n} i = \frac{n(n+1) - 2}{2} = \Theta(n^2)$$

Agenda

- Funcionamento básico
- Algoritmo em C like
- Análise dos número de comparações e movimentações
- **Conclusão** ←

Conclusão

- Melhor caso (comparações e movimentações) – *array* ordenado
- Pior caso (comparações e movimentações) – ordem decrescente
- Método a ser utilizado quando o *array* estiver “quase” ordenado
 - Boa opção se desejarmos adicionar alguns itens em um *array* ordenado porque seu custo será linear
- Algoritmo estável

Exercício (1)

- Mostre todas as comparações e movimentações do algoritmo anterior para o array abaixo:

12	4	8	2	14	17	6	18	10	16	15	5	13	9	1	11	7	3
----	---	---	---	----	----	---	----	----	----	----	---	----	---	---	----	---	---

Exercício (2)

- Uma forma de melhorar o Algoritmo de Inserção é considerar a pesquisa binária para procurar a posição em que o novo elemento será inserido na lista ordenada. Nesse caso, realizamos $\Theta(\lg m)$ comparações, onde m é o tamanho da lista ordenada, para encontrar a posição de inserção. Em seguida, em uma estrutura de repetição, movemos em uma unidade todos os elementos já ordenados e cuja posição é maior ou igual a de inserção. Implemente o Algoritmo de Inserção com Pesquisa Binária.

Exercício (3)

- Quando os elementos estão ordenados de forma decrescente tanto o Seleção como o Inserção realizam
$$C(n) = \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$
 comparações. Nesse caso, qual dos dois algoritmos executará mais rápido? Justifique sua resposta