

Unidade I:

Introdução - Noções de Complexidade




PUC Minas

Instituto de Ciências Exatas e Informática
Departamento de Ciência da Computação

Agenda

- Exercícios iniciais
- Contagem de operações
- Noção sobre as notações O , Ω e Θ

- **Exercícios iniciais** 
- Contagem de operações
- Noção sobre as notações O , Ω e Θ

Exercício (1)

- Resolva as equações abaixo:

a) $2^0 =$

d) $2^3 =$

g) $2^6 =$

j) $2^9 =$

b) $2^1 =$

e) $2^4 =$

h) $2^7 =$

k) $2^{10} =$

c) $2^2 =$

f) $2^5 =$

i) $2^8 =$

l) $2^{11} =$

Exercício (2)

- Resolva as equações abaixo:

a) $\lg(2048) =$	d) $\lg(256) =$	g) $\lg(32) =$	j) $\lg(4) =$
b) $\lg(1024) =$	e) $\lg(128) =$	h) $\lg(16) =$	k) $\lg(2) =$
c) $\lg(512) =$	f) $\lg(64) =$	i) $\lg(8) =$	l) $\lg(1) =$

Nota: $\lg(n)$ é a mesma coisa que o logaritmo de n na base dois, ou seja, $\log_2(n)$

Exercício (3)

- Resolva as equações abaixo:

a) $\lceil 4,01 \rceil =$

d) $\lfloor 4,99 \rfloor =$

g) $\lg(17) =$

j) $\lg(15) =$

b) $\lfloor 4,01 \rfloor =$

e) $\lceil \lg(16) \rceil =$

h) $\lceil \lg(17) \rceil =$

k) $\lceil \lg(15) \rceil =$

c) $\lceil 4,99 \rceil =$

f) $\lfloor \lg(16) \rfloor =$

i) $\lfloor \lg(17) \rfloor =$

l) $\lfloor \lg(15) \rfloor =$

Exercício (4)

- Plote um gráfico com todas as funções abaixo:

a) $f(n) = n$

b) $f(n) = n^2$

c) $f(n) = n^3$

d) $f(n) = \text{sqrt}(n)$

e) $f(n) = \lg(n) = \log_2(n)$


f) $f(n) = 3n^2 + 5n - 3$

g) $f(n) = -3n^2 + 5n - 3$

h) $f(n) = |-n^2|$

i) $f(n) = 5n^4 + 2n^2$

j) $f(n) = n * \lg(n)$

- Exercícios iniciais
- **Contagem de operações** 
- Noção sobre as notações O , Ω e Θ

Exercício Resolvido (1)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
a--;  
a -= 3;  
a = a - 2;
```

Exercício Resolvido (1)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
a--;  
a -= 3;  
a = a - 2; //três subtrações
```

Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
...  
if (a + 5 < b + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```

Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
... // Melhor caso
if (a + 5 < b + 3){ // 2
    i++;
    ++b;
    a += 3;
} else {
    j++; // 1
}
```

Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
... // Pior caso
if (a + 5 < b + 3){ // 2
    i++;
    ++b;           // 3
    a += 3;
} else {
    j++;
}
```

Cenários Possíveis

- **Melhor caso**: menor “tempo de execução” para todas entradas possíveis de tamanho n
- **Pior caso**: maior “tempo de execução” para todas entradas possíveis
- **Caso médio (ou esperado)**: média dos tempos de execução para todas as entradas possíveis (abordado em Grafos / PAA)

Contagem de Operações com Condicional

- Será o custo da condição mais ou o da lista de verdadeira ou o da falsa

```
if ( condição() ){  
    listaVerdadeiro();  
} else {  
    listaFalso();  
}
```

Melhor caso: $\text{condição()} + \min(\text{listaVerdadeiro()}, \text{listaFalso}())$

Pior caso: $\text{condição()} + \max(\text{listaVerdadeiro()}, \text{listaFalso}())$

Exercício Resolvido (3)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
...  
if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```


Exercício Resolvido (3)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
...  
if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```

Resposta: O número máximo de adições acontece quando a primeira condição do if é falsa e a segunda, verdadeira. Se a primeira condição for verdadeira, o Java nem executa a segunda condição (ver AND_OR.java)

A	B	OR
F	x	x
T	x	T

A	B	AND
F	x	F
T	x	x

Exercício Resolvido (4)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < 4; i++){  
    a--;  
}
```

Exercício Resolvido (4)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < 4; i++){ // Faremos as subtrações quando i vale  
    a--; // 0, 1, 2, 3  
}
```

Contagem de Operações com Repetição

- Quando tivermos uma estrutura de repetição em que o contador começa com zero, repete enquanto menor que n e é incrementado em uma unidade, faremos n iterações

```
for (int  $i = 0$ ;  $i < n$  ;  $i++$ ){  
    lista();  
}
```

Contagem de Operações com Repetição

- Será o custo da condição mais o número de iterações multiplicado pela soma dos custos da condição e da lista a ser repetida

```
while ( condição() ){  
    lista();  
}
```

Custo: $\text{condição()} + n \times [\text{lista()} + \text{condição()}]$

onde n é o número de vezes que o laço será repetido

Contagem de Operações com Repetição

- Será o número ***n*** de iterações multiplicado pela soma dos custos da lista de comandos e da condição

```
do {  
    lista();  
} while ( condição() );
```

Custo: $n \times [\text{lista()} + \text{condição()}]$

onde n é o número de vezes que o laço será repetido

Exercício Resolvido (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    a--;  
    b--;  
}
```

Sua resposta deve ser em função de n

Exercício Resolvido (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    a--;  
    b--;           // 2n subtrações  
}
```

Sua resposta deve ser em função de n

Exercício Resolvido (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 0, b = 10;
```

```
while (i < 3){
```

```
    i++;
```

```
    b--;
```

```
}
```

Exercício Resolvido (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int i = 0, b = 10;      // Faremos subtrações
                        // quando o valor de i igual
while (i < 3){          // a 0, 1 e 2
    i++;
    b--;
}
```

Exercício Resolvido (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 3; i < n; i++){  
    a--;  
}
```

Exercício Resolvido (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 3; i < n; i++){  
    a--;  
} //n - 3 subtrações
```

Se $n = 6$, temos subtrações quando i vale 3, 4, 5 ($6 - 3 = 3$, vezes)

$n = 7$

3, 4, 5, 6 ($7 - 3 = 4$ vezes)

....

$n = 10$

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ($10 - 3 = 7$ vezes)

Contagem de Operações com Repetição

- Quando tivermos uma estrutura de repetição em que o contador começa com ***a***, repete enquanto menor que ***n*** e é incrementado em uma unidade, faremos ***(n - a)*** iterações

```
for (int i = a; i < n ; i++){  
    lista();  
}
```

Exercício (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 10;  
  
while (i >= 7){  
    i--;  
}
```

Exercício (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 5; i >= 2; i--){  
    a--;  
}
```

Exercício (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < 5; i++){  
    if (i % 2 == 0){  
        a--;  
        b--;  
    } else {  
        c--;  
    }  
}
```


Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0		0

Solução difícil

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0		

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	0	

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0	0	

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	0	1

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	1	1

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0	1	1

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	1	2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
0	2	2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
0	2	2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1		2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1		2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	0	2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1	0	2

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	0	3

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	1	3

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1	1	3

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	1	4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
1	2	4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
1	2	4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2		4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2		4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	0	4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2	0	4

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	0	5

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	1	5

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2	1	5

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	1	6

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
2	2	6

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
2	2	6

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

i	j	sub
3		6

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

i	j	sub
3		6

Exercício Resolvido (8b)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int a = 10, b = 10, c = 10, d = 10;

for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
        b--;
        c--;
        d--;
    }
}
```

Exercício Resolvido (8b)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10, b = 10, c = 10, d = 10;

for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
        b--;
        c--;
        d--;
    }
} // (3 x 2 x 4)
```

Exercício (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    for (int j = 0; j < n; j++){  
        a--;  
    }  
}
```


Exercício (9)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 1, b = 10;
```

```
while (i > 0){  
    b--;  
    i = i >> 1;  
}
```

```
i = 0;
```

```
while (i < 15){  
    b--;  
    i += 2;  
}
```

Exercício (10)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    for (int j = 0; j < n - 3; j++)  
        a *= 2;
```

Exercício (11)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = 0; j < n; j++)  
        a *= 2;
```

Exercício (12)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```

Dica: Na pasta fonte, veja o código Log.java

Observação

- Sempre que o tamanho de um problema for, sistematicamente, dividido por dois, temos um custo logarítmico

Exercício (13)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n+4; i > 0; i >>= 1)  
    a *= 2;
```

Exercício (14)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = n - 7; j >= 1; j--)  
        a *= 2;
```

Exercício Resolvido (9)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```


Exercício Resolvido (9)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:



```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

Quando n é uma potência de 2, realizamos $\lg(n) + 1$ multiplicações

Se $n = 8$, efetuamos a multiplicação quando i vale 8, 4, 2, 1

$n = 16$, 16, 8, 4, 2, 1

$n = 32$, 32, 16, 8, 4, 2, 1

Exercício Resolvido (9)



- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

Para um valor qualquer de n ,
temos $\lfloor \lg(n) \rfloor + 1$
multiplicações

$n = 7,$	7, 3, 1
Se $n = 8,$	efetuamos a multiplicação quando i vale	8, 4, 2, 1
$n = 9,$	9, 4, 2, 1
$n = 15,$	15, 7, 3, 1
$n = 16,$	16, 8, 4, 2, 1
$n = 17,$	17, 8, 4, 2, 1
$n = 31,$	31, 15, 7, 3, 1
$n = 32,$	32, 16, 8, 4, 2, 1
$n = 33,$	33, 16, 8, 4, 2, 1

Contagem de Operações com Repetição

- Quando tivermos uma estrutura de repetição em que o escopo de busca é, sistematicamente, dividido pela metade, temos um custo logarítmico

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2){  
    lista();  
}
```

**Observe que isso
apareceu duas vezes e
tem 99.9% de chance
de cair na prova (leia
em todas as provas)**

Exercício (15)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n + 1; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício (16)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 1; i /= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício (17)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 1; i < n; i *= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício (18)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 1; i <= n; i *= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício Resolvido (10)

- Faça um método que receba um número inteiro n e efetue o número de subtrações pedido em:

a) $3n + 2n^2$

b) $5n + 4n^3$

c) $\lg(n) + n$

d) $2n^3 + 5$

e) $9n^4 + 5n^2 + n/2$

f) $\lg(n) + 5 \lg(n)$

Exercício Resolvido (10)

- Faça um método que receba um número inteiro n e efetue o número de subtrações pedido em:

a) $3n + 2n^2$


b) $5n + 4n^3$

c) $\lg(n) + n$

d) $2n^3 + 5$

e) $9n^4 + 5n^2 + n/2$

f) $\lg(n) + 5 \lg(n)$



```
    ■ ■ ■  
    i = 0;  
  
    while (i < n){  
        i++;  
        a--; b--; c--;  
    }  
  
    for (i = 0; i < n; i++){  
        for (j = 0; j < n; j++){  
            a--; b--;  
        }  
    }
```

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros

```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

2º) Quantas vezes ela será executada?

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros



```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

R: Comparação entre elementos do *array*

2º) Quantas vezes ela será executada?

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros



```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

R: Comparação entre elementos do *array*

2º) Quantas vezes ela será executada?

R: Se tivermos n elementos: $T(n) = n - 1$

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros



```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

3º) O nosso $T(n) = n - 1$ é para qual dos três casos?

Exercício Resolvido (11b)

- Qual é o número total de comparações ($i < n$) no código abaixo?

```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

Exercício Resolvido (11b)

- Qual é o número total de comparações ($i < n$) no código abaixo?

```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

RESP) $T(n) = n - 1 + 1 = n$



Exercício Resolvido (11c)

- Qual é o número total de comparações no código abaixo?

```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```


Exercício Resolvido (11c)

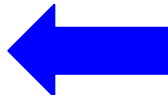
- Qual é o número total de comparações no código abaixo?

```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

RESP) O código abaixo tem duas comparações: $\frac{i < n}{n}$ e $\frac{\text{min} > \text{array}[i]}{(n-1)}$

$$\begin{aligned} T(n) &= n + (n-1) \\ &= 2n - 1 \end{aligned}$$



- Exercícios iniciais
- Contagem de operações
- **Noção sobre as notações O , Ω e Θ** 

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- “Mão na roda” e podem ser lidas como aproximadamente
- Abordadas mais à frente da disciplina (Unidade III)
- Neste ponto, apresentamos “somente” noções sobre as notações

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- A partir deste ponto, utilizaremos as notações O , Ω e Θ para identificar a complexidade (número de operações) de um algoritmo, assim:
 - Um algoritmo que realiza **1** operação é **$O(1)$, $\Omega(1)$ e $\Theta(1)$**
 - Um algoritmo que realiza **n** operações é **$O(n)$, $\Omega(n)$ e $\Theta(n)$**
 - Um algoritmo que realiza **n^2** operações é **$O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ e $\Theta(n^2)$**
 - Um algoritmo que realiza **$\lg(n)$** operações é **$O(\lg(n))$, $\Omega(\lg(n))$ e $\Theta(\lg(n))$**

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- Nas notações, ignoramos as constantes:
 - Um algoritmo que realiza **2**, **3** ou **5** operações é **$O(1)$** , **$\Omega(1)$** e **$\Theta(1)$**
 - Um algoritmo que realiza **$2n$** , **$3n$** ou **$5n$** operações é **$O(n)$** , **$\Omega(n)$** e **$\Theta(n)$**
 - Um algoritmo que realiza **$2n^2$** , **$3n^2$** ou **$5n^2$** operações é **$O(n^2)$** , **$\Omega(n^2)$** e **$\Theta(n^2)$**
 - Um algoritmo que realiza **$2\lg(n)$** , **$3\lg(n)$** ou **$5\lg(n)$** operações é **$O(\lg(n))$** , **$\Omega(\lg(n))$** e **$\Theta(\lg(n))$**

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

• Nas notações, ignoramos termos com menor crescimento:

- Um algoritmo que realiza $3n + 2n^2$ operações é $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ e $\Theta(n^2)$
- Um algoritmo que realiza $5n + 4n^3$ operações é $O(n^3)$, $\Omega(n^3)$ e $\Theta(n^3)$
- Um algoritmo que realiza $\lg(n) + n$ operações é $O(n)$, $\Omega(n)$ e $\Theta(n)$
- Um algoritmo que realiza $2n^3 + 5$ operações é $O(n^3)$, $\Omega(n^3)$ e $\Theta(n^3)$
- Um algoritmo que realiza $9n^4 + 5n^2 + n/2$ operações é $O(n^4)$, $\Omega(n^4)$ e $\Theta(n^4)$
- Um algoritmo que realiza $\lg(n) + 5 \lg(n)$ operações é $O(\lg(n))$, $\Omega(\lg(n))$ e $\Theta(\lg(n))$

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- Nas notações, ignoramos tetos e pisos:
 - Um algoritmo que realiza $\lceil n^2 \rceil$ ou $\lfloor n^2 \rfloor$ operações é $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ e $\Theta(n^2)$
 - Um algoritmo que realiza $\lceil n \rceil$ ou $\lfloor n \rfloor$ operações é $O(n)$, $\Omega(n)$ e $\Theta(n)$
 - Um algoritmo que realiza $\lceil n^3 \rceil$ ou $\lfloor n^3 \rfloor$ operações é $O(n^3)$, $\Omega(n^3)$ e $\Theta(n^3)$
 - Um algoritmo que realiza $\lceil n^4 \rceil$ ou $\lfloor n^4 \rfloor$ operações é $O(n^4)$, $\Omega(n^4)$ e $\Theta(n^4)$
 - Um algoritmo que realiza $\lceil \lg(n) \rceil$ ou $\lfloor \lg(n) \rfloor$ operações é $O(\lg(n))$, $\Omega(\lg(n))$ e $\Theta(\lg(n))$

Trabalho Teórico 5

- Pergunta 1: Qual é a diferença entre as notações O , Ω e Θ ? Pesquise!!!
- Pergunta 2: Qual é a notação O , Ω e Θ para todos os exercícios feitos nesta Unidade 1b?